Direction Régionale Tensift Atlantique –**DRTA**-

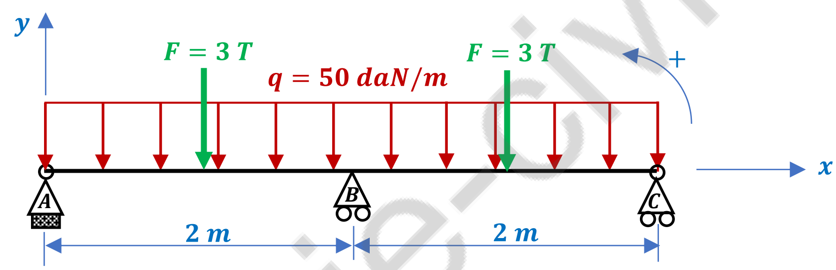
EXERCICES CORRIGES DE RDM

Exercice N°4 :

Soit la poutre ci-dessous :

1. Montrer que le système est hyperstatique et déterminer son ordre
2. Déterminer les réactions R_A , R_B et R_C
3. Tracer le diagramme de l'effort tranchant T
4. Tracer le diagramme du moment fléchissant M_f
5. Déterminer le moment fléchissant maximal M_f^{max}
6. Dimensionner la poutre en ***IPE***
7. Vérifier la flèche : $f_{max} \leq L / 200$

Acier **E24** $(R_e = 24\ daN/mm^2 \quad E = 21000\ daN/mm^2)$



Corrigé :

Remarque :

Un système est dit **hyperstatique** lorsqu'il y a plus de liaison que nécessaire : autrement dit le système est hyperstatique lorsqu'il y a plus d'inconnus que les équations pour pouvoir le résoudre. L'ordre d'hyperstatisme (ou degré d'hyperstatisme) est l'écart entre le nombre d'inconnus du système et le nombre d'équations disponible.

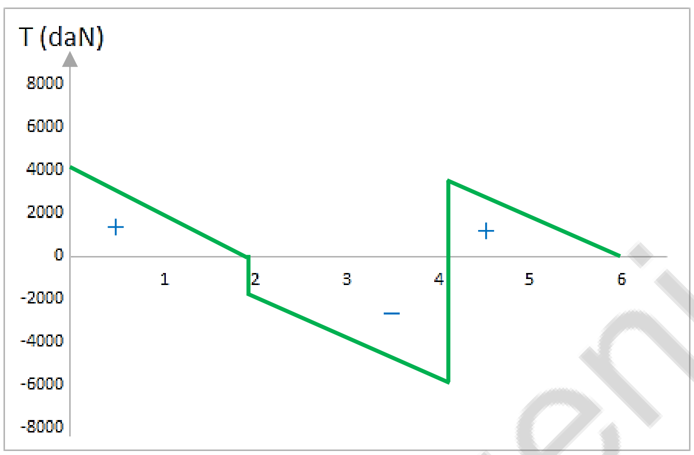
1. Dans notre cas :

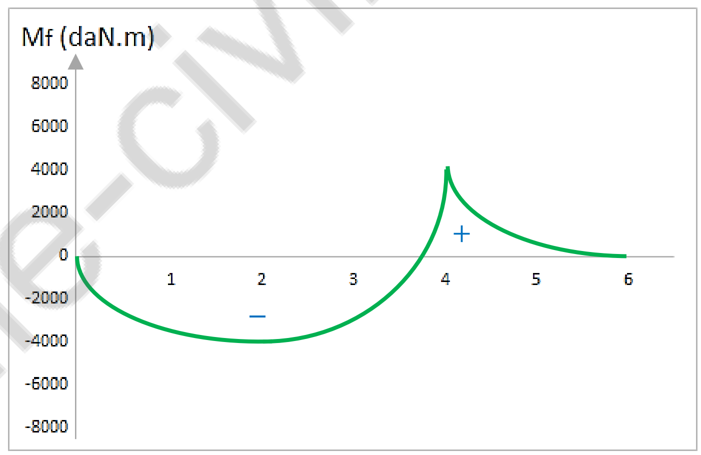
   La poutre est appuyée sur trois appuis (A, B, C), chaque appui génère un inconnu, ce qui donne trois inconnus (R_A, R_B, R_C). $N_{inconnus} = 3$

   Le principe fondamental de la statique (**PFS**) fournit en projection sur (**x**, **y**, **z**) deux équations utiles :
   $N_{équations} = 2$

   On a donc : $N_{inconnus} > N_{équations} \implies$ le système est hyperstatique d'ordre : $n = N_{inconnus} - N_{équations} = 1$

2. Calcul des réactions R_A , R_B et R_C





1. Moment fléchissant maximal $\boldsymbol{M_f^{max}}$:

   D'après le diagramme $\Rightarrow$ $\boldsymbol{M_f^{max} = 4000\ daN.m}$

5. Dimensionnement de la poutre :

   Condition de résistance en flexion $\Rightarrow$ $\dfrac{M_f . y}{I_z} < R_e \Rightarrow \dfrac{M_f^{max} . y^{max}}{I_z} = R_e$

   $$\Rightarrow \frac{M_f^{max}}{W_z} = R_e \qquad \text{avec :} \quad W_z = \frac{M_f^{max}}{I_z}$$

   $$\Rightarrow W_z = \frac{M_f^{max}}{R_e} \qquad AN : \quad \boldsymbol{W_z = 166,67\ cm^3}$$

   On choisit donc un profil $\boldsymbol{IPE\ 200}$ $(\boldsymbol{W_z = 194,3\ cm^3}\ ;\ \boldsymbol{I_z = 1943,2\ cm^3})$

6. Vérification de la flèche :

   Equation de la déformée $\Rightarrow$ $M_f = -E.I_z.y'' \Rightarrow y'' = -\dfrac{M_f}{E.I_z}$

   La flèche est maximale au point $\boldsymbol{C}$ $\Rightarrow$ $M_f = 1000.x^2 - 4000.x$ (Tronçon AC)

   $$\Rightarrow y'' = -\left(\frac{1000.x^2 - 400.x}{E.I_z}\right) = -\frac{1}{E.I_z}(1000.x^2 - 400.x)$$

$$\Rightarrow \quad y' = -\frac{1}{E.I_z}(333{,}33.x^3 - 200.x^2 + C_1)$$

$$\Rightarrow \quad y = -\frac{1}{E.I_z}(83{,}33.x^4 - 66{,}67.x^3 + C_1.x + C_2)$$

Conditions aux limites : $y_A = y(0) = 0$ et $y'_C = y'(2) = 0$

$$\Rightarrow \quad y'_C = y'(2) = -\frac{1}{E.I_z}(1866.64 + C_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{C_1 = -1866.64}$$

et $y_A = y(0) = -\frac{1}{E.I_z}.C_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{C_2 = 0}$

Donc : $f_{max} = y_C = y(2) = \left|-\frac{1}{E.I_z}(83{,}33 \times 16 - 66{,}67 \times 8 - 1866{,}64 \times 2)\right| = \frac{2933.36}{E.I_z}$

AN : $f_{max} = 7{,}18 \times 10^{-5} cm < f_{adm} = \frac{600}{200} = 3\ cm$ ***la condition est bien vérifiée***