

Chapitre 3 : LE NIVELLEMENT

I. GENERALITES

Le nivellement est l'ensemble des opérations qui permettent de déterminer des altitudes et des dénivelées (différences d'altitudes). Ces altitudes ont pour référence le niveau moyen des mers (N.M.M.) qui représente une surface équipotentielle ou le géoïde.

Le nivellement est utilisé principalement dans les domaines du génie-civil notamment :

- Conception des routes, chemins de fer, aqueducs, adduction d'eau, ainsi que d'autres infrastructures qui doivent épouser la topographie du sol ;
- Implantation des projets de construction selon les élévations prévues sur les plans ;
- Calcul des cubatures ou volumes de terre et autres matériaux ;
- Travaux de drainage et d'assainissement ;
- Cartographie des sols ;
- Auscultation des ouvrages d'art ;
- Etudes sismiques.

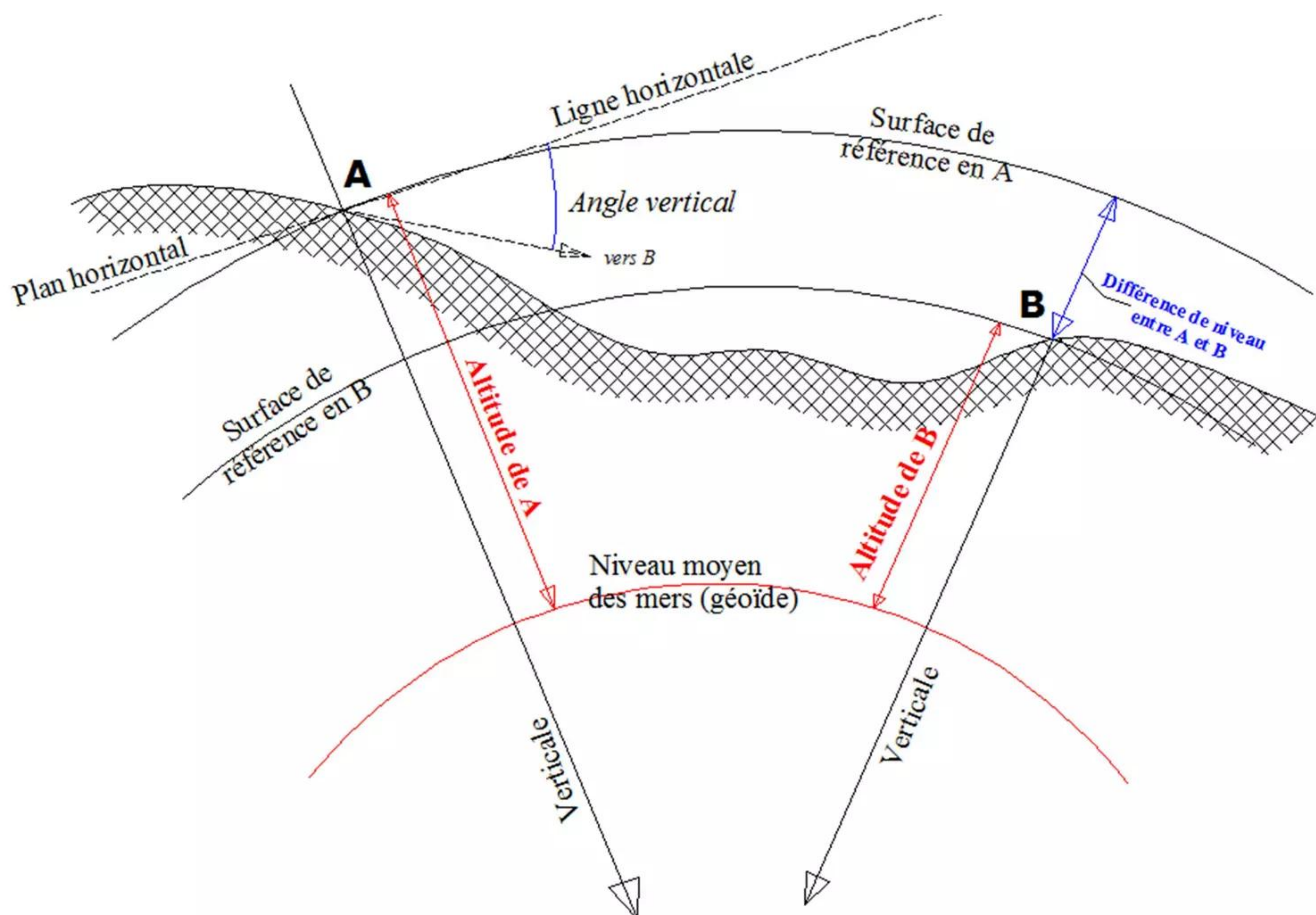


Figure 1: Principe du nivellement

La verticale d'un lieu est la direction de la gravité en ce point, elle est indiquée par la direction d'un fil à plomb. Si les points A et B sont séparés de plusieurs kilomètres, la courbure terrestre fait que les verticales convergent. Cependant, les variations de gravité sont petites et ces lignes peuvent être considérées comme

parallèles pour la plupart des applications, spécialement en topométrie. Les relevés qui ne tiennent pas compte des variations de gravité considèrent que le niveau de référence est un plan.

Une ligne horizontale est perpendiculaire à la verticale du lieu. Les niveaux permettent de déterminer la différence d'élévation entre deux points. On peut obtenir cette différence de niveau en comparant les altitudes des points par rapport au niveau moyen des mers N.M.M qui lui, est déterminé à l'aide d'un marégraphe sur une période de plusieurs années. Ces différences sont déterminées par des nivellements géométrique, trigonométrique ou barométrique. Dans le cadre de ce cours nous parlerons plus en détails uniquement des deux premiers types de nivellement. Ceux-ci présentent des protocoles plus ou moins lourds suivant la précision recherchée. Une notion intuitive consiste à adopter ΔH comme différence d'altitudes entre A et B.

II. LE NIVELLEMENT DIRECT OU NIVELLEMENT GEOMETRIQUE

a) Principe du nivellement direct

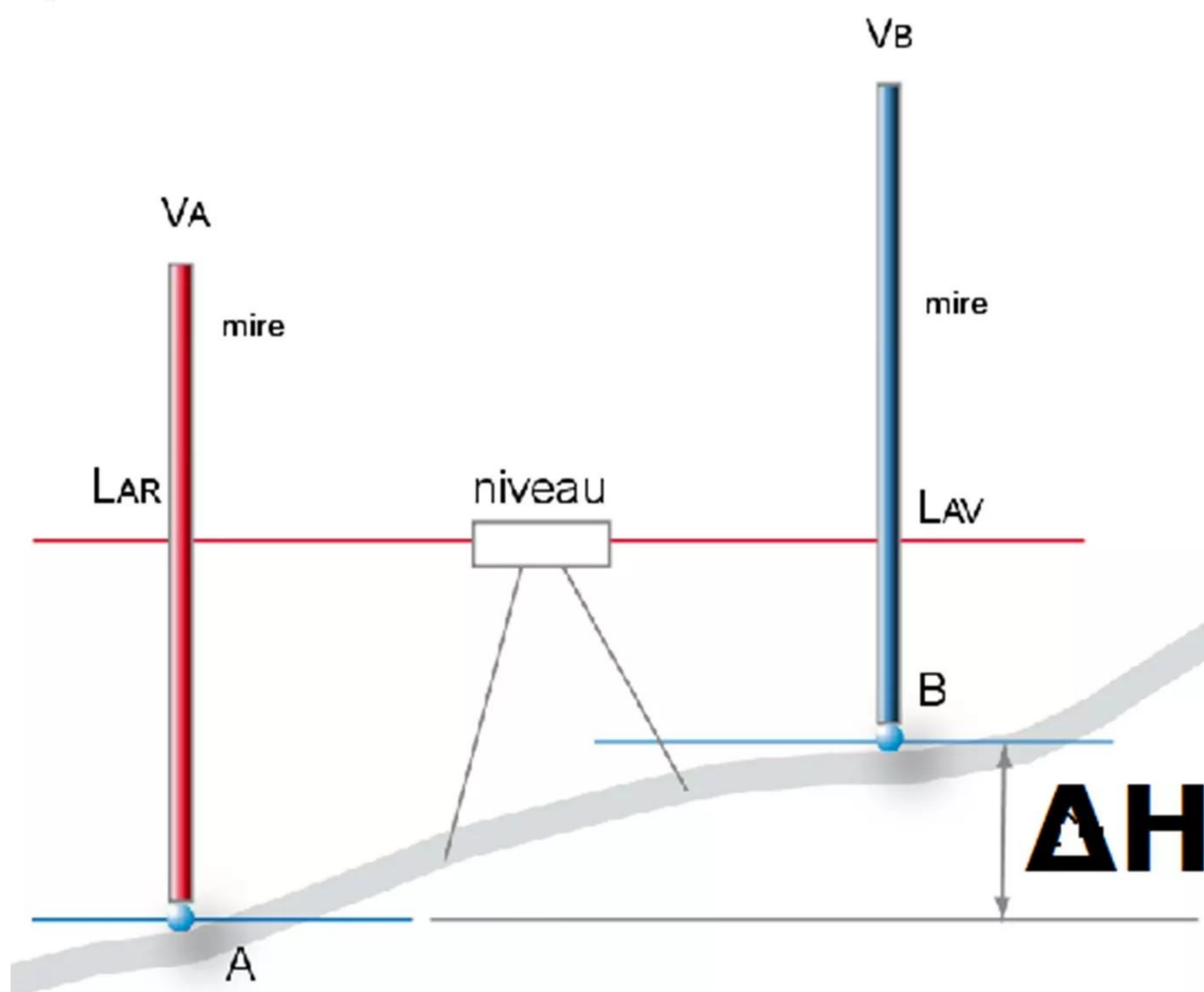


Figure 2: Principe du nivellement direct

Le nivellement direct, ou nivellement géométrique consiste à mesurer la différence d'altitudes à partir de visées horizontales. Cette opération s'effectue à l'aide d'un **niveau** et d'une règle graduée (tous les centimètres) verticale appelée **mire**.

L'opération élémentaire s'appelle une **nivelée** et consiste à mesurer la différence de hauteur ou dénivelée (ΔH) entre deux points consécutifs A et B.

Une mire est tenue verticalement par un **porte-mire** sur les points A et B. Un niveau est mis en station sur un trépied à mi-distance des 2 mires. L'opérateur dans la lunette du niveau, va successivement lire sur la mire en

A (mire arrière) une *lecture arrière* (L_{AR}), puis en B (mire avant) une *lecture avant* (L_{AV}). La dénivelée entre A et B (valeur algébrique) résulte de la différence des lectures.

$$\Delta H_{AB} = L_{AR} - L_{AV}$$

Pour minimiser les erreurs systématiques, la longueur d'une nivelée ne dépasse pas en général 80 m.

Si l'altitude de A est connue, alors on en déduit celle de B par la formule :

$$H_B = H_A + \Delta H_{AB}$$

b) Le nivellement direct par rayonnement

La première mesure (lecture ARRIERE) est effectuée sur un point de référence R d'altitude connue, de façon à déterminer l'altitude du plan de visée. Les lectures effectuées sur les autres points sont considérées comme des lectures AVANT

A partir de là, toutes les altitudes sont déterminées par différence par rapport à ce plan. Cette méthode permet de lever rapidement un semis de points matérialisés (sondages, points de berges, de fonds...). Elle présente néanmoins l'inconvénient de n'offrir aucun contrôle sur les déterminations : toute erreur de lecture est indétectable et fatale.

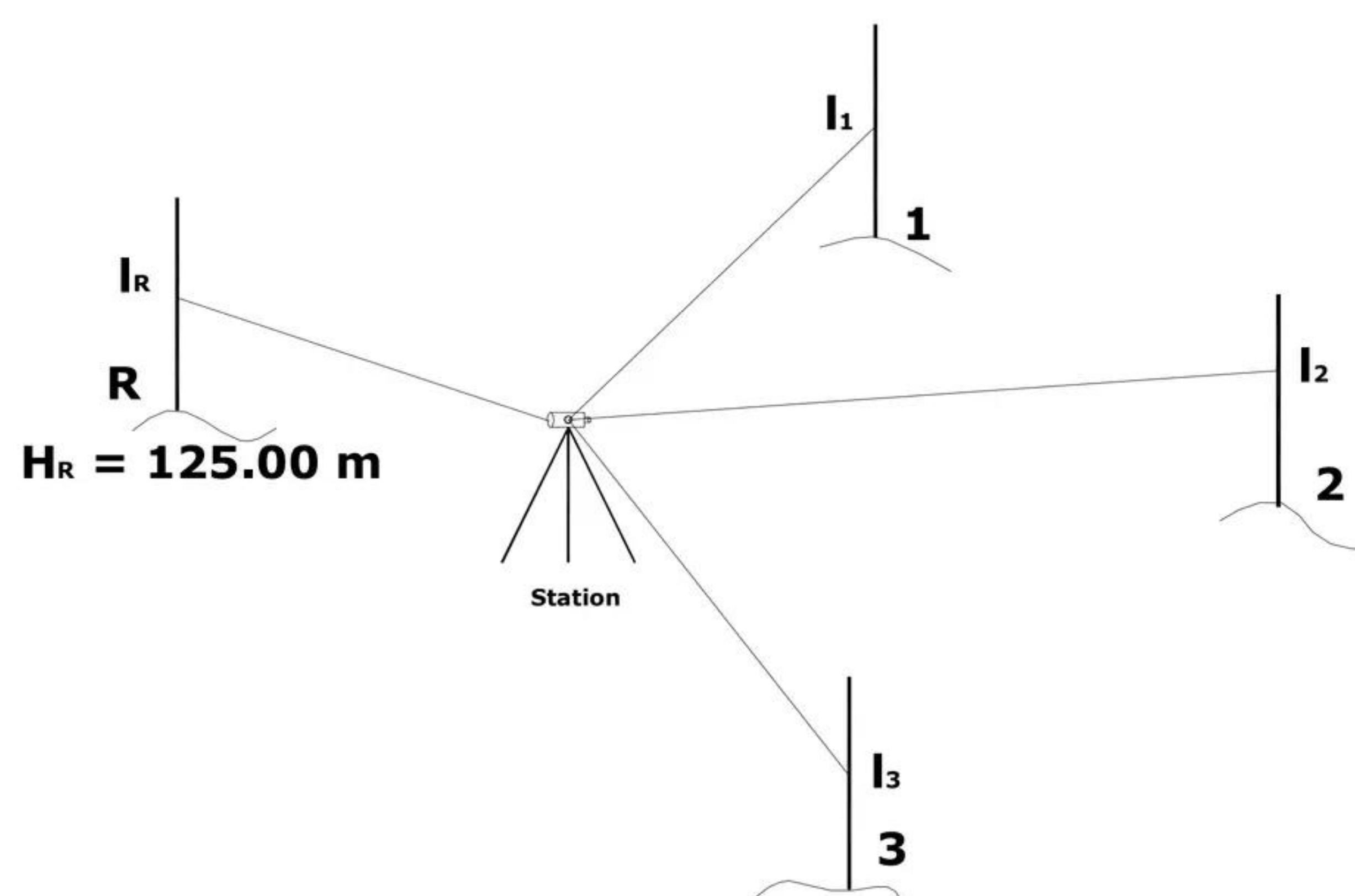


Figure 3: Nivellement direct par rayonnement

c) Le nivellement direct par cheminement encadré

Lorsque la distance séparant 2 points A et D à niveler est trop grande, on procède par cheminement, ensemble de nivelées qui vont se succéder. Cette méthode est plus sûre, quant aux éventuelles erreurs de lecture, et plus intéressante du point de vue de la précision des déterminations : on dispose de méthodes de compensation des erreurs très efficaces. Plusieurs règles sont appliquées pour minimiser l'influence des erreurs systématiques et accidentelles : les portées équidistantes, les contrôles de marche, le contrôle sur fermeture.

Un cheminement encadré part d'un point O connu en altitude, passe par un certain nombre de points intermédiaires qui seront conservés ou non, aboutit sur un autre point connu N.

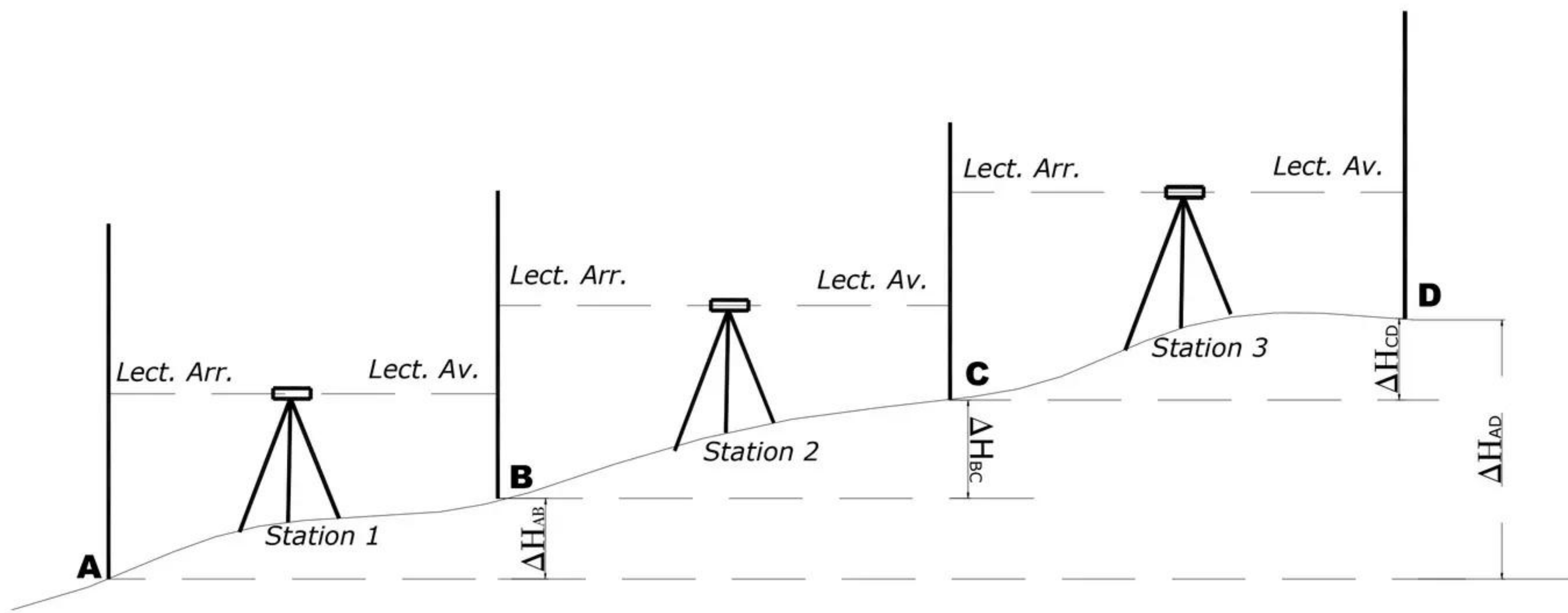


Figure 4: Cheminement de nivellement

Soit à déterminer la dénivelée entre les points A et D. On effectue trois stations pour emprunter les deux points intermédiaires C et D.

La dénivelée entre A et D est :

$$\Delta H_{AD} = \Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} + \Delta H_{CD}$$

$$\Delta H_{AB} = \text{lect arr A} - \text{Lect av. B}$$

$$\Delta H_{BC} = \text{lect arr B} - \text{Lect av. C}$$

$$\Delta H_{CD} = \text{lect arr C} - \text{Lect av. D}$$

$$\Delta H_{AD} = \Sigma \text{lect.arr} - \Sigma \text{Lect av.}$$

Pour résumer :

Le principe du nivellement géométrique est la mesure d'une différence d'altitude, ou d'une succession de différences, par rapport à un plan ou un point connu. Il est réalisé au niveau, et la précision des mesures peut aller de 1/10ème de mm à quelques mm, selon les matériels et protocoles mis en œuvre.

De manière générale, la relation théorique entre l'altitude du point de départ et le point d'arrivée d'un nivellement par cheminement est donnée par la relation :

$$Z_{\text{arrivée}} = Z_{\text{départ}} + \sum (Lect_{AR} - Lect_{AV}) \quad \text{Eq. 1}$$

Où $Lect_{AR}$ représente les lectures Arrière (en rapport à la direction de l'itinéraire), et $Lect_{AV}$ les lectures Avant.

Lorsque les altitudes des points de départ et d'arrivée sont connues, on peut alors calculer l'écart de fermeture du cheminement :

$$ef = Z_{arr_{obs}} - Z_{arr_{réel}} \quad \text{Eq. 2}$$

Cette erreur de fermeture, dont la valeur absolue doit être strictement inférieure à la tolérance T_z , est normalement due aux erreurs accidentelles. Elle doit être répartie sur altitude du cheminement d'une quantité $C_z = -ef$ appelée correction.

$$c_{zi} = \frac{C_z \cdot Di}{\sum_{i=1}^n Di}$$

Cet ajustement n'améliore en rien la nature des lectures effectuées sur le terrain. Il est surtout une manière de répartir l'écart sur l'ensemble des mesures.

La correction peut aussi être répartie sur les dénivelées proportionnellement à leur nombre ou à leurs valeurs absolues.

Exemple d'application

Points nivelés	Lectures				Dénivelées	Correction	Portées AR AV	Altitudes	
	Lect. AR	Dist/2	Lect. AV	Dist/2					
Repère	2.149						34.1m	<u>196.251 m</u>	Repère Abm3-65 type Est
	1.979								
	1.808								
A	1.484		1.307		+0.836 m	-1mm	32.8m	<u>197.086</u>	
	1.341		1.143						
	1.198		0.979				28.6		
B	0.648		1.761		-0.267	-1	30.5	<u>196.818</u>	
	0.562		1.608						
	0.475		1.456				17.3		
Borne B1	1.454		1.353		-0.699	-1	18.4		Borne hm n° 7
	1.340		1.261						
	1.226		1.169				22.8		
C	2.130		0.908		+0.544	-1	22.4	<u>196.118</u>	
	1.992		0.796						
	1.855		0.684				27.5		
D	1.710		1.418		+0.701	-1	25.3		
	1.541		1.291						
	1.372		1.165				33.8		
E	1.465		1.061		+0.637	-1	31.5	<u>196.661</u>	
	1.398		0.904						
	1.331		0.746				13.4		
F	1.427		1.807		-0.345	-1	12.7	<u>197.361</u>	
	1.388		1.743						
	1.349		1.680				7.8		
Pylône HT F1			0.856		+0.568		7.2m	<u>198.219</u>	Massif SUD
			0.820						
			0.784						
	Σ=11.541		Σ=9.566		Σ=1.975	Σ=-7mm	Σ=366.1 m		
	ΣAR-ΣAV=1.975						Zarr _{obs} =198.226 Cz=-7mm (198.219-198.226) Or, Tz=17mm		

On s'aperçoit ici que l'écart de fermeture **e = 7 mm** et la tolérance Tz=17mm. On peut donc le compenser en appliquant une correction de signe opposé **cz=-7mm**. Dans le cas d'un cheminement simple, on la répartit proportionnellement au nombre de cotés.

d) Le nivellement direct par cheminement fermé

Le cheminement fermé, encore appelé *boucle*, part d'un point connu, passe sur un certain nombre de points intermédiaires qui seront conservés ou non, aboutit sur le point de départ ; il s'agit donc d'un cheminement encadré dont le point de départ est confondu au point d'arrivée.

Ce type de cheminement présente les possibilités suivantes :

- il présente le nivellement là où l'on ne dispose que d'un seul repère pour le chantier ;
- on peut toujours attribuer une altitude arbitraire à un point fixe et durable, puis calculer tous les autres par rapport à lui. Le rattachement à un système général pourra toujours se faire ultérieurement.

e) Précision du nivellement direct

Pour évaluer la précision atteinte en nivellement direct, il faut effectuer les mesures en aller retour ou les rattacher à des points d'appui connus. L'altitude d'un point peut être issue de plusieurs cheminements, ou par nivellement en boucle.

Les écarts de fermeture sont comparés avec les valeurs de tolérances en fonction de la longueur totale du cheminement. Généralement la formule utilisée pour calculer la tolérance est :

$$T = m \cdot \sqrt{K}$$

Où

T est la tolérance ou l'erreur maximale permise, en mm ;

m une constante représentant l'écart-type au kilomètre, en mm qui dépend de l'ordre du réseau. Il est fourni sur les fiches techniques de l'instrument utilisé.

K la longueur totale du cheminement en Kilomètres

Ordre	Spécial	1er Ordre	2ème Ordre	3ème Ordre	4ème ordre
T	$3mm \sqrt{K}$	$4mm \sqrt{K}$	$6mm \sqrt{K}$	$8mm \sqrt{K}$	$10mm \sqrt{K}$
Précision de lecture de la mire (mm)	0.01	0.01	0.1	0.1	1
Mesure de la température	Début, milieu, fin,	Début, milieu, fin,	Au début et à la fin de chaque cheminement ; ainsi qu'à chaque variation significative de température		
Longueur max de la portée (m)	50	60	60	70	90
Cheminement aller-retour	oui	oui	oui	oui	oui

Tableau 1: Tolérances du nivellement direct

La précision du nivellement direct dépend des paramètres tels que la qualité de graduation des mires, la verticalité de la mire, le rayon de courbure de la nivelle et du système de mesure des appoints, de la sensibilité du compensateur ainsi que l'intégrité physique du niveau. Ces sources d'erreurs peuvent être des erreurs parasites, des erreurs systématiques ou des erreurs accidentelles.

Les erreurs parasites

Erreur de calage la nivelle : Nivelle non centrée au moment de la visée. Cette erreur est la plus importante, particulièrement pour les longues visées. Il faut caler la bulle avant chaque lecture.

Erreur de lecture : Mauvaise lecture résultant de la parallaxe, des mauvaises conditions météorologiques, longues visées, mauvaise mise-au-point, mauvaise interpolation, etc.

Erreur de tenue de la mire : Le porte mire, n'assure pas la verticalité de la mire. La nivelle de la mire n'est pas calée correctement.

Erreur de transcription dans le carnet : Une vigilance et une attention soutenue permettent d'éviter cette erreur.

Les erreurs systématiques

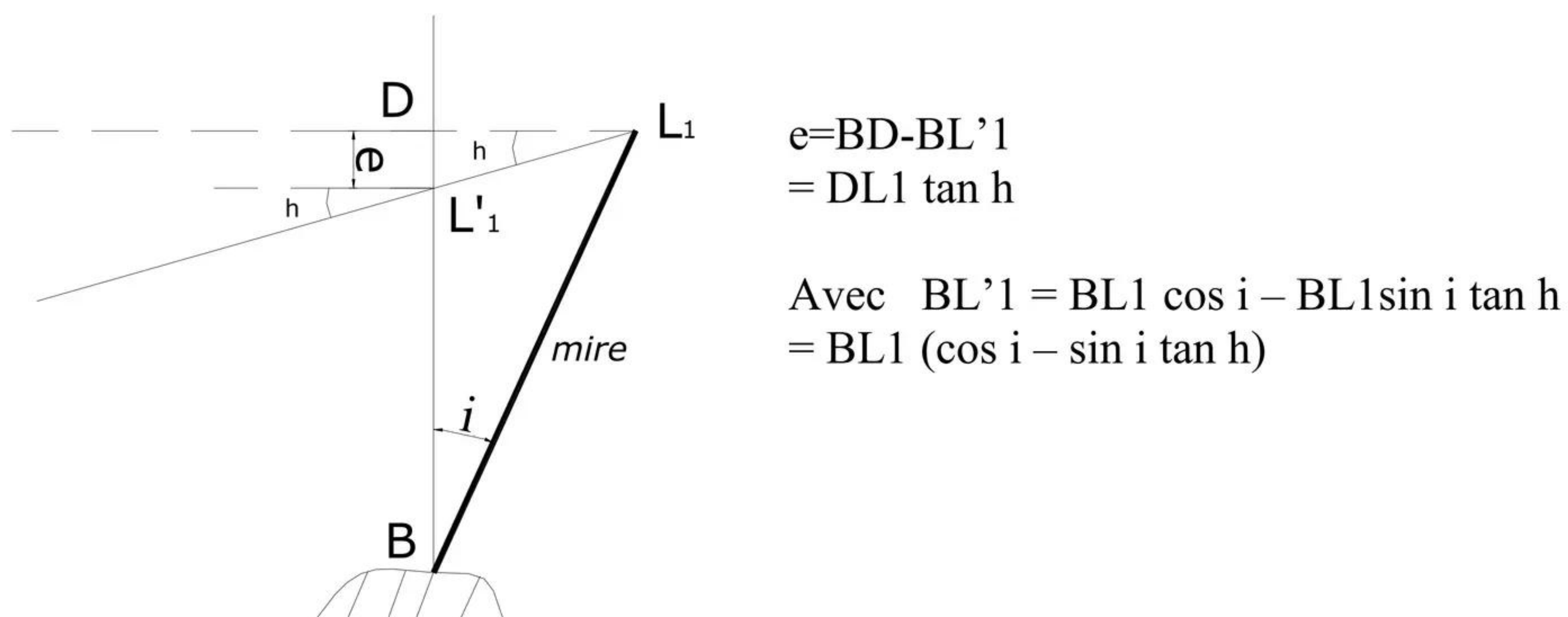
Elles sont essentiellement dues à l'imperfection des instruments. Leur accumulation contribue à créer des écarts normes. Ce sont :

Défaut de verticalité de la mire

Pour minimiser l'erreur de verticalité de la mire, il faut que le porte mire contrôle la bulle en continu, et il faut effectuer des visées le plus bas possible sur la mire. Par ailleurs, des problèmes de diffraction de la lumière à

proximité du sol risquent de fausser les mesures effectuées trop près du sol. Il est donc préférable d'effectuer des visées au milieu de la mire

Si on écarte la mire par rapport à la verticale d'une certaine longueur en haut, l'erreur sur la lecture L de la mire qui en résulte est e



On démontre que cette erreur de verticalité de la mire est d'autant plus grande que la lecture s'effectue haut sur la mire

Erreur de collimation

C'est le défaut d'horizontalité de l'axe optique quand la bulle est calée ou le compensateur en équilibre. On élimine cette erreur en veillant sur l'égalité des portées et en procédant aussi par des visées réciproques.

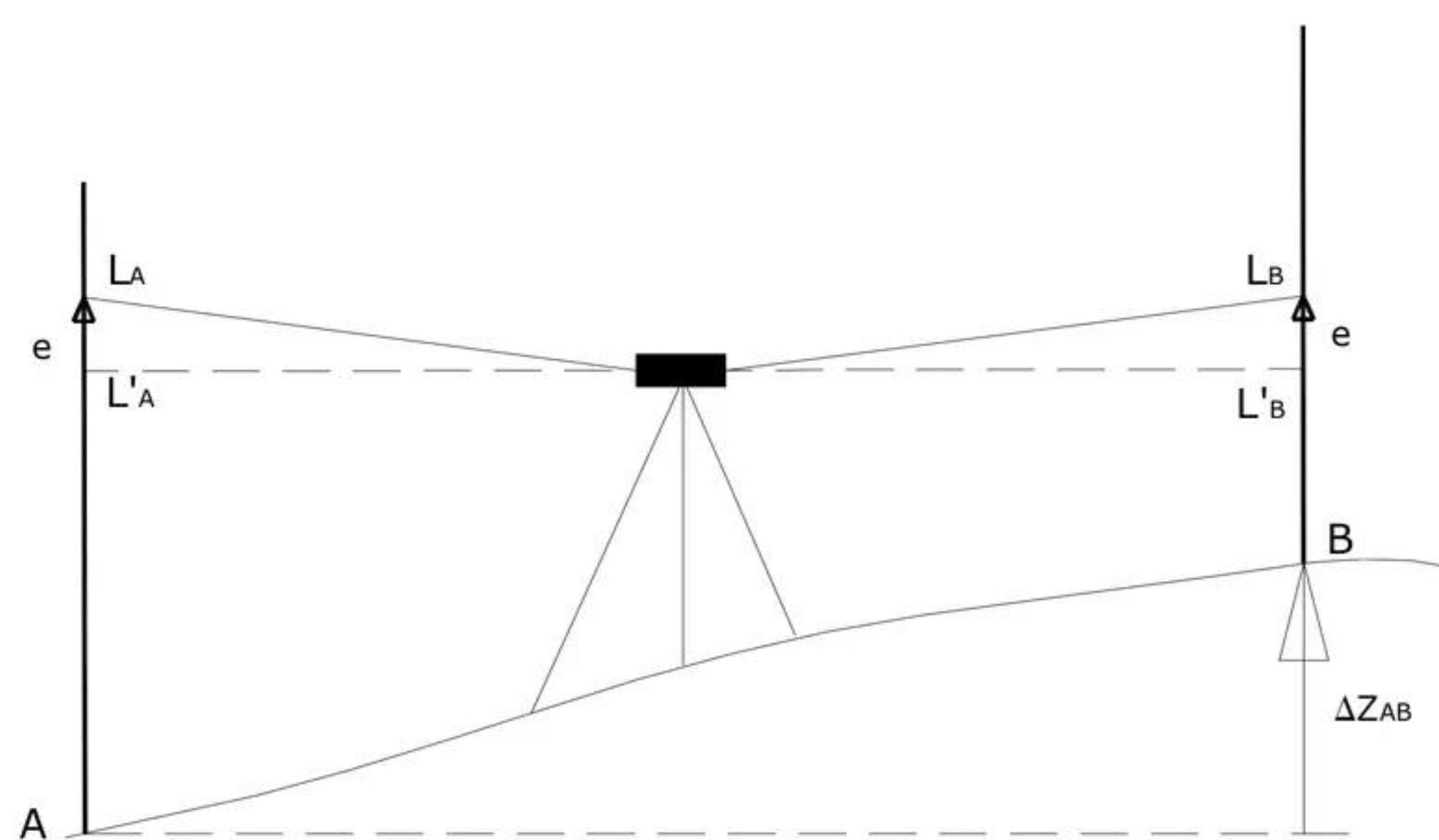


Figure 5: détermination de la collimation par égalité de portées

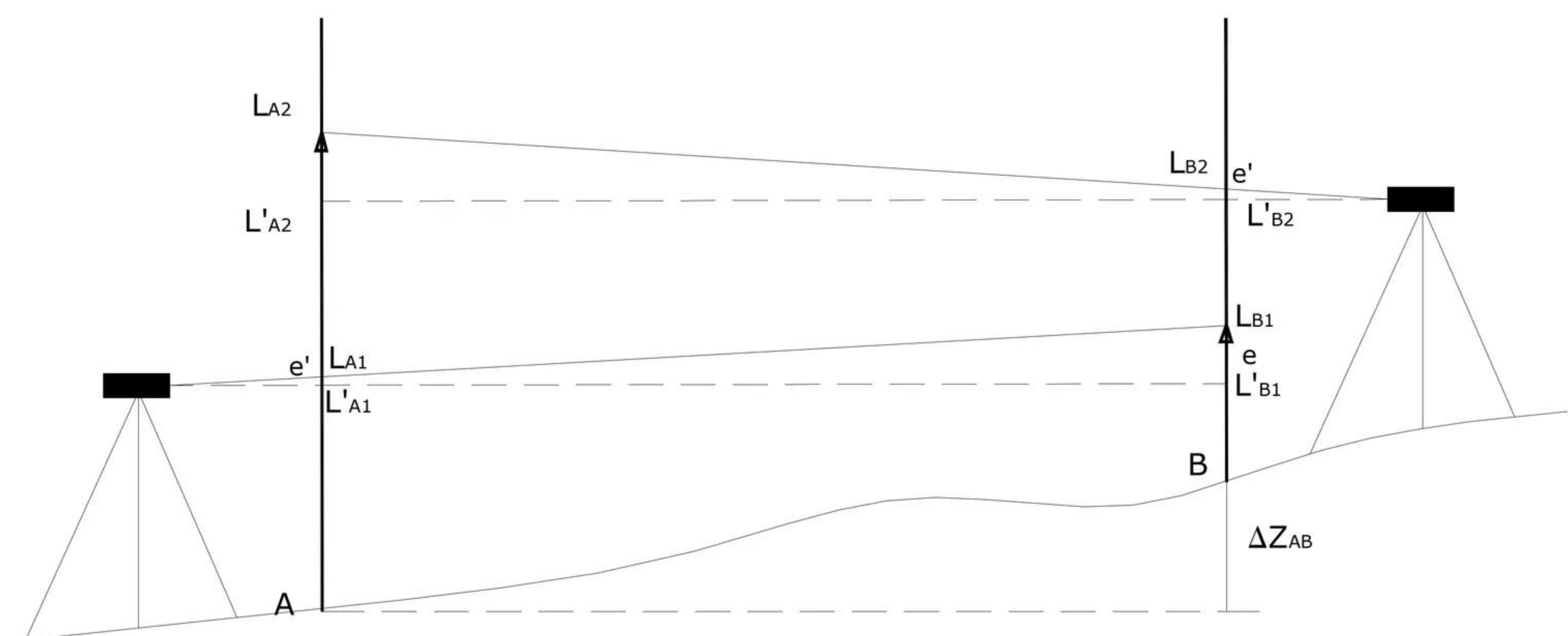


Figure 6: Elimination de la collimation par visées réciproques

Si LA et LB sont les lectures entachées par l'erreur de collimation, L'A et L'B les lectures fictives sans collimation correspondant à une ligne de visée horizontale, il vient :

$$LA - LB = (L'A + e) - (L'B + e) = L'A - L'B = \Delta Z_{AB}$$

En admettant que les portées sont égales aux deux stations :

$$\frac{(L_{A1} - L_{B1}) + (L_{A2} - L_{B2})}{2} = \frac{[(L'_{A1} + e') - (L'_{B1} + e)] + [(L'_{A2} + e) - (L'_{B2} + e')]}{2} = \Delta Z_{AB}$$

Les erreurs accidentelles

Courbure de la terre

La courbure de la terre a pour effet d'accroître la lecture effectuée sur la mire. Cette erreur s'annule par l'égalité des portées. Elle est négligeable pour des courtes distances.

Réfraction atmosphérique

Les rayons lumineux subissent des déviations en traversant des couches atmosphériques de différentes densités. Pour éliminer cette erreur il faut également les portées.

Variation des températures

Les variations de température entraînent la dilatation de la mire. Pour limiter l'impact de variation de la température, il est recommandé d'effectuer les mesures sous des températures douces ou de recouvrir les instruments pendant leur transport.

Les écarts types

Les écarts types varient en fonction des niveaux et les mires utilisées (norme DIN 18723), le soin apporté à la mesure, la stabilité des points, les conditions atmosphériques. En nivellement ordinaire on cumule les erreurs de lecture sur mire suivantes :

Erreur de calage de la bulle :	0.5 mm à 30 m
Erreur de lecture sur la mire :	1 mm
Erreur de verticalité de la mire :	0.5 mm

Soit un écart type sur une portée de : $\sqrt{0.5^2 + 1^2 + 0.5^2} \approx \pm 1.22 \text{ mm}$

L'écart type sur la dénivelée est (deux portées) est : $\pm 1.22 \times \sqrt{2} = 1.7 \text{ mm}$

Tolérance pour une dénivelée : $2.7 \times 1.7 = \pm 4.6 \text{ mm}$

Sur un cheminement comportant n dénivelées :

- L'écart type est : $\sigma = \pm 1.7 \times \sqrt{n}$

- La tolérance est : $\pm 4.6 \times \sqrt{n}$

Si l'on considère 16 dénivelées au kilomètre, on obtient un écart type $\sigma = \pm 7 \text{ mm}$ pour 1 km

Pour un cheminement double, l'écart type au kilomètre est de l'ordre de $\pm 1 \text{ mm}$.

III. LE NIVELLEMENT TRIGONOMETRIQUE

Le nivellement trigonométrique consiste à déterminer la dénivelée entre deux stations par des mesures de distances spatiales et d'angles zénithaux.

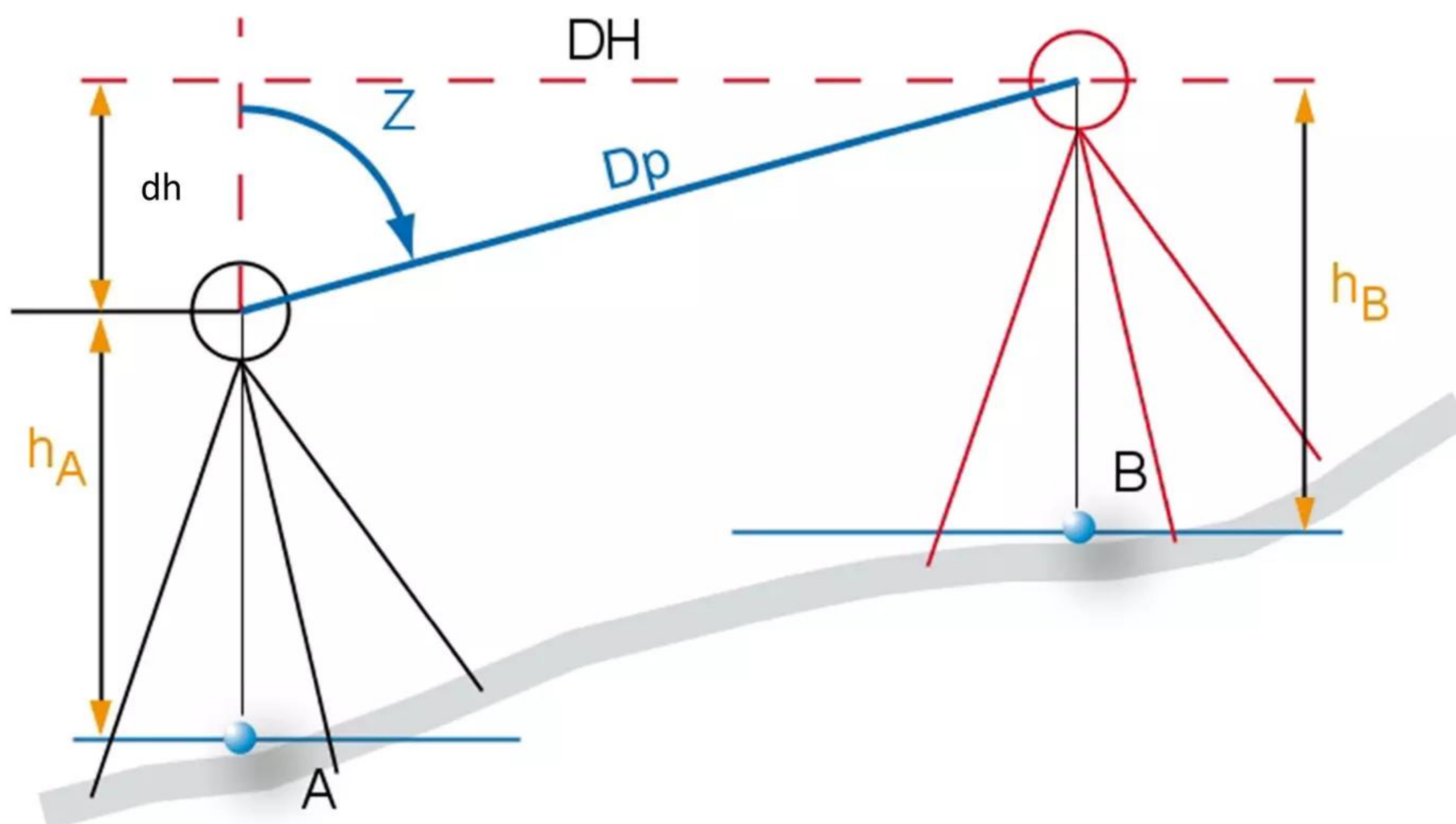


Figure 7: Principe du nivellement trigonométrique

Le nivellement trigonométrique consiste à déterminer la dénivelée entre deux stations par des mesures de distances spatiales et d'angles zénithaux. Un calcul simple conduit à la différence d'altitude entre A et B. Avec $D_h = D_p \cdot \cos Z$, on aura $Alt_B = Alt_A + h_A + d_h - h_B$. D'où :

$$Alt_B = Alt_A + h_A + D_p \cos(Z) - h_B$$

h_A : hauteur du théodolite en station A

h_B : hauteur du voyant au dessus du point visé B

D_p : distance suivant la pente

Z : angle zénithal

d_h = dénivelée instrumentale

D_H : Distance horizontale

Remarque préalable

- L'angle zénithal doit être préalablement corrigé de la collimation verticale.
- La distance spatiale doit être corrigée de la météorologie.

Cette modélisation simplifiée du problème ne tient pas compte :

- De la sphéricité de la Terre
- De la réfraction atmosphérique

La combinaison de ces 2 erreurs est dénommée erreur de *niveau apparent*.

$$Correction NA_{(cm)} = D_{(km)}^2 / 15$$

Cette correction est toujours de signe **positif**.

Cependant, cette correction ne doit être envisagée que pour des cas où la distance est supérieure à 400 mètres. Car ce n'est qu'à partir de cette longueur que les erreurs de réfraction et de sphéricité sont influentes sur le calcul de la dénivelée.

En nivellement indirect, la précision obtenue est médiocre mais elle peut être suffisante dans certains cas, par exemple, pour le calcul d'altitude approchée pour un avant – projet de terrassement.

Exemple1:

La distance suivant la pente et l'angle zénithal entre les points A et B ont été mesurés avec une station totale: avec respectivement 2921,584 m et 81°42'20''. La hauteur de l'instrument ainsi que la lecture sur mire sont de même valeur. Si l'altitude de A égale à 377,470 m, calculer celle de B en m.

Solution:

- La correction de niveau apparent est:

$$CNA = (2.921584)/15 = 0,569 \text{ cm soit } 0.0056 \text{ m}$$
- Dénivelée instrumentale : $dh = Dp \cos Z = 2921.584 \times \cos (81^\circ 42' 20'') = 421,468 \text{ m}$
- La dénivelée entre A et B est : $\Delta H = 421.468 + 0.0056 = -421,474 \text{ m}$

Finalement l'altitude de B est égale à :

$$\text{Alt B} = 377.470 + 421.474 = \underline{\underline{798,944 \text{ m}}}$$

Exemple2:

Reprendre l'exemple précédent en considérant qu'en B la distance en pente a été mesurée une fois de plus à 2921,587 m et l'angle zénithal a été lu à 98°19'06''. La hauteur d'instrument ainsi que la lecture sur mire égales. Calculer :

- La dénivelée à partir B ;
- La dénivelée entre les deux points en utilisant la moyenne des angles réciproques.

Solution :

- $\Delta H_2 = 2921.587 \times \cos 98^\circ 19' 06'' + 0.0056 = -422,669 \text{ m}$ (La différence avec l'exemple 1 résulte des erreurs parasites liées aux lectures)

$$\text{L'angle zénithal moyen est} = \frac{81^\circ 42' 20'' + (180 - 98^\circ 19' 06'')}{2} = 81^\circ 41' 37''$$

- $\Delta H_{\text{moy}} = 2921.587 \times \cos (81^\circ 41' 37'') = \underline{\underline{422,072 \text{ m}}}$

A noter que cette méthode de calcul par visée réciproque permet de vérifier l'erreur de niveau apparent. De plus, l'avènement des stations totales a permis de généraliser l'usage du nivellement trigonométrique comme méthode rapide de nivellement.

IV. LE NIVELLEMENT BAROMETRIQUE

Le baromètre est un instrument qui permet de mesurer la pression atmosphérique. Il peut être utilisé pour évaluer les élévations relatives des points au-dessus de la surface de la Terre puisque il est démontré

qu'une variation d'altitude de 100 pieds correspond à une montée de mercure de 1 pouce de la pression atmosphérique. La figure ci-dessous montre un altimètre utilisé en topographie.

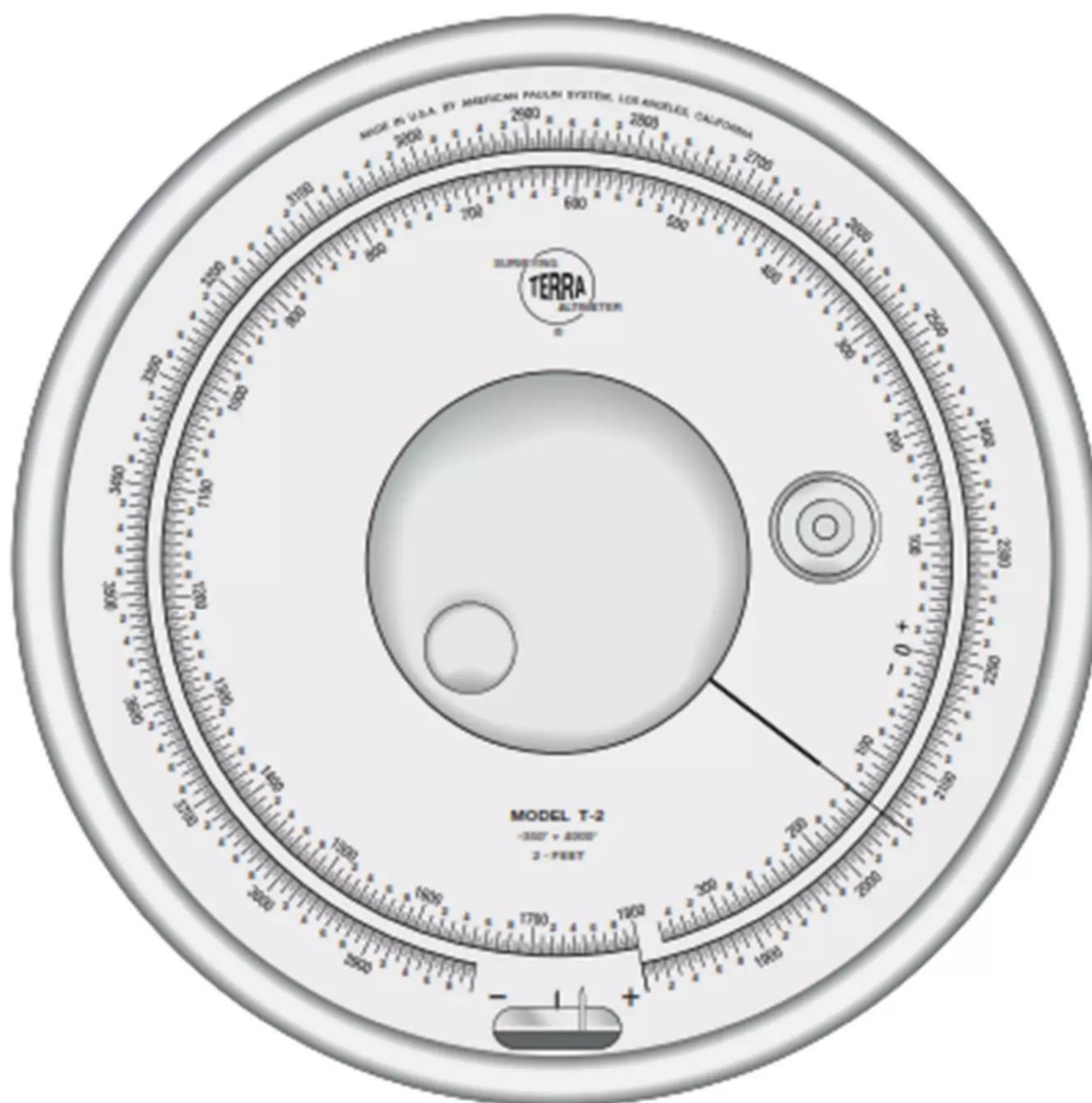


Figure 8: Un altimètre (source : *American Paulin system*)