

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET METIERS

CHAIRE DE TRAVAUX PUBLICS ET BATIMENT

" BETON ARME "

Chapitre 12 : Ferrailage complet d'une poutre
Vérifications annexes

(Code CCV109)

Sommaire

12.	FERRAILLAGE COMPLET D'UNE POUTRE – VERIFICATIONS ANNEXES.	3
12.1.	GENERALITES.....	3
12.2.	RAPPELS SUR L'EPURE D'ARRET DES BARRES.	3
12.2.1.	<i>Décalage de la courbe des moments fléchissant.....</i>	3
12.2.2.	<i>Méthodologie</i>	5
12.2.3.	<i>Moment résistant des aciers pour chaque lit.....</i>	5
12.2.4.	<i>Longueur d'arrêt des barres</i>	6
12.2.5.	<i>Diagramme d'épure d'arrêt des barres.....</i>	6
12.2.6.	<i>Principe de la construction de l'épure d'arrêt des armatures longitudinales.....</i>	8
12.3.	EXERCICE 1 : EPURE ARRET DES BARRES.....	9
12.4.	EXERCICE 2 : EPURE ARRET DES BARRES.....	11
12.5.	FERRAILLAGE DES TREMIES.....	14
12.5.1.	<i>Ouvertures de petites dimensions.....</i>	14
12.5.2.	<i>Ouvertures de grandes dimensions.</i>	15
12.6.	EXERCICE 2 : CALCUL DE RENFORTS DE TREMIE.....	20
12.6.1.	<i>Calcul de la poutre sans trémie.....</i>	21
12.6.2.	<i>Calcul des efforts normaux et moments dans les linteaux.....</i>	22
12.6.3.	<i>Calcul des efforts tranchants dans les linteaux.....</i>	24
12.6.4.	<i>Calcul des armatures du demi-linteau supérieur droit.....</i>	25
12.6.5.	<i>Calcul des armatures du demi-linteau supérieur gauche.....</i>	30
12.6.6.	<i>Calcul des armatures du demi-linteau inférieur droit.....</i>	32
12.6.7.	<i>Calcul des armatures du demi-linteau inférieur gauche.....</i>	37
12.6.8.	<i>Renforts latéraux</i>	39
12.6.9.	<i>Plan de ferrailage.....</i>	40
12.7.	VERIFICATIONS AU DROIT DES APPUIS.....	41
12.7.1.	<i>Appui simple d'about</i>	41
12.7.2.	<i>Appui intermédiaire.....</i>	42
12.8.	LIAISON TABLE – NERVURE.....	44
12.8.1.	<i>Vérification du béton.....</i>	44
12.8.2.	<i>Calcul des armatures de couture.</i>	45

12. Ferraillage complet d'une poutre – vérifications annexes.

12.1. Généralités

Nous avons vu dans les chapitres précédents comment déterminer le ferraillage résistant d'une poutre, composé essentiellement par les aciers longitudinaux et les aciers transversaux.

Cependant, afin de pouvoir produire le plan de ferraillage complet d'une poutre, il y a un certain nombre de vérifications annexes à effectuer :

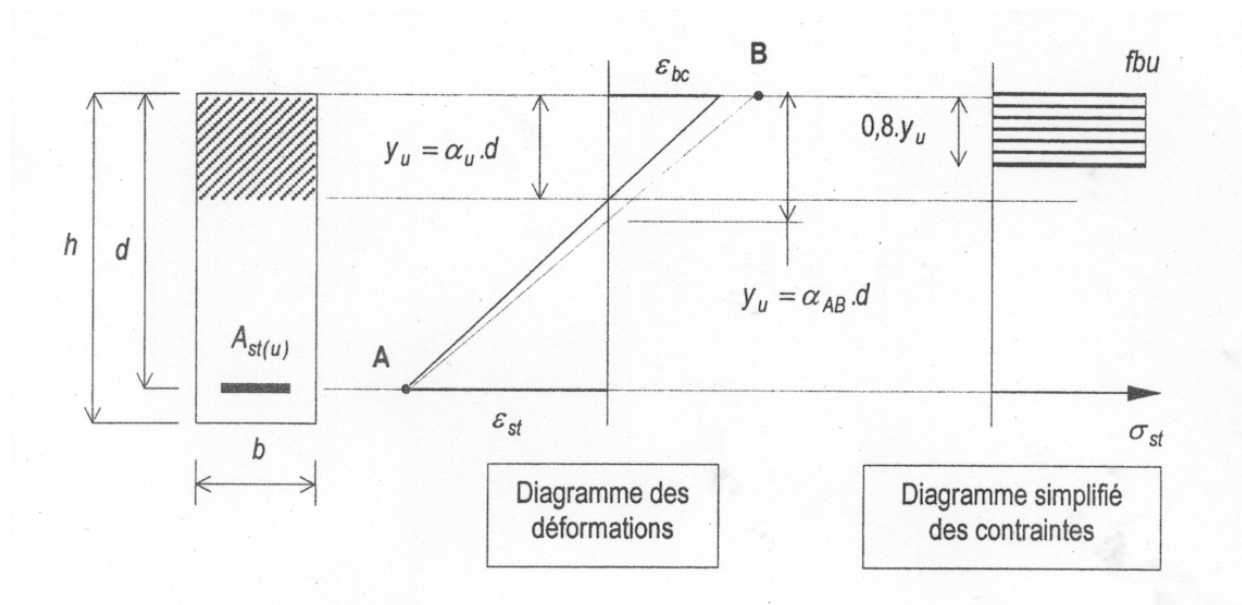
- Epure d'arrêt des barres des armatures longitudinales.
- Renfort de trémie dans le cas d'une ouverture dans la poutre.
- Vérification des bielles d'appuis.
- Aciers de liaisons entre la table et la nervure dans le cas des poutres en T.

12.2. Rappels sur l'épure d'arrêt des barres.

12.2.1. Décalage de la courbe des moments fléchissant

Le décalage de la courbe des moments est nécessaire lorsque l'élément en béton armé est sollicité à la fois par un moment fléchissant $M(x)$ qu'il soit à l'ELU ou l'ELS et un effort tranchant $V(x)$.

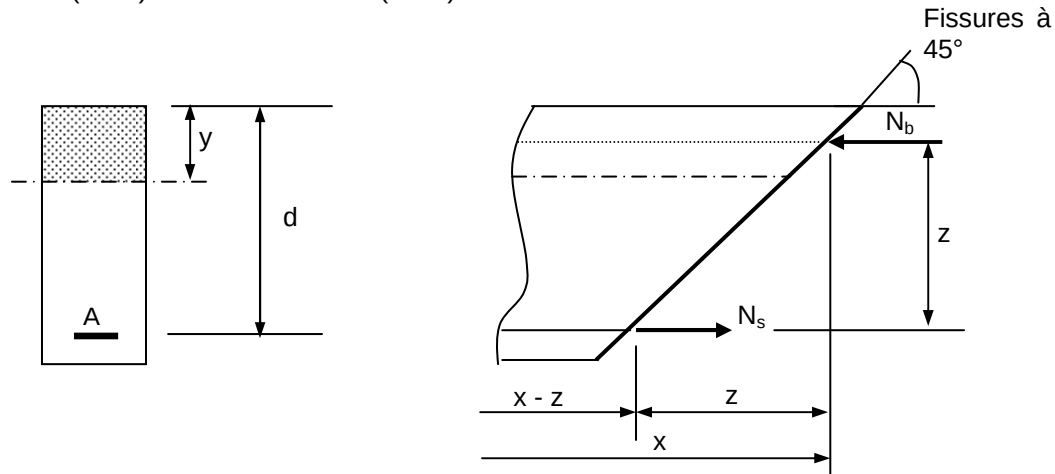
En effet, dans les démonstrations abordées aux chapitres précédents (flexion simple et flexion composée), nous avons considéré une section verticale dans laquelle les armatures en traction équilibrent un effort de compression par le diagramme suivant :



En réalité, la section sur laquelle on écrit l'équilibre n'est pas droite mais inclinée à 45°, du fait des fissurations dues à l'effort tranchant (article A.4.1.5 du BAEL).

Par conséquent, il faut considérer les effets des sollicitations $M(x)$ et $V_u(x)$ dans les sections suivantes :

- $S(x)$ située à l'abscisse x du nu de l'appui
- $S(x - Z)$ située à l'abscisse $(x - Z)$



Nous rappelons que « z » représente le bras de levier entre le centre de gravité de la section comprimé et celui des armatures tendues.

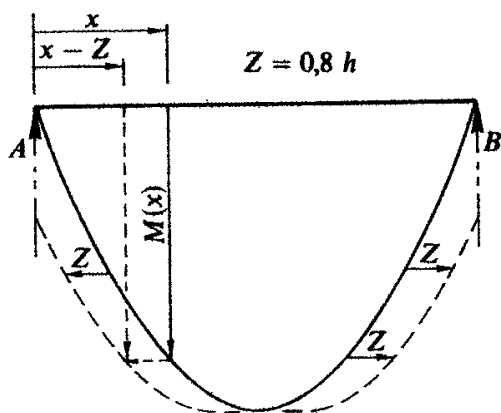
D'après le diagramme ci-dessus, l'effort de traction à équilibrer la section d'abscisse $(x - z)$ vaut $N_s = \frac{M(x)}{Z}$.

On voit donc que l'effort de traction dans la membrure tendue à l'abscisse $(x - Z)$ est déterminé en tenant compte du moment $M(x)$ dans la section d'abscisse x , avec :

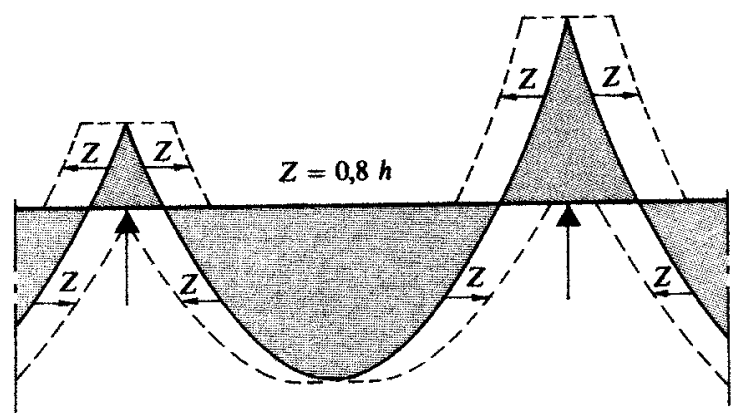
$$d = 0,9.h \text{ et } Z \approx 0,9d \quad \text{alors } Z \approx 0,8.h$$

Pratiquement, pour prendre en compte cette influence de l'effort tranchant, il suffit de décaler la courbe enveloppe des moments de flexion de la valeur $Z = 0,8h$ parallèlement à l'axe longitudinal de la poutre, dans la direction où le moment augmente en valeur absolue (voir figures suivantes).

L'épure d'arrêt des barres sera donc menée sur les courbes suivantes :



*Courbe des moments décalée de $Z=0,8h$
En trait interrompu*



Courbe décalée des moments en travée et sur appuis.

Comme on peut le voir sur le schéma de droite, la courbe enveloppe des moments doit être décalée sur toute la longueur de la poutre, aussi bien pour les moments en travée que les moments sur appuis.

De plus, afin de simplifier les calculs, on considère le bras de levier « z » constant sur toute la longueur de la poutre (égal à la valeur du point de moment max).

Bien entendu, dans les rares cas où la section de béton armé est sollicitée uniquement par un moment fléchissant $M(x)$ (par exemple, dans le cas d'un couple imposé), il n'y a pas lieu de décaler la courbe $M(x)$.

12.2.2. Méthodologie

En pratique pour le calcul des longueurs des armatures :

1. On dessine la courbe enveloppe des moments de flexion.
2. On calcule les armatures longitudinales nécessaires dans les sections de moment maximal (en travée et sur appuis).
3. On calcule les moments résistants des aciers pour chaque lit tel que défini dans les chapitres suivants.
4. On trace ensuite les longueurs de chaque lit sur le graphe de la courbe enveloppe des moments en prolongeant les armatures de $Z = 0,8h$.

12.2.3. Moment résistant des aciers pour chaque lit

Le moment résistant correspond au moment maximal que peut équilibrer un groupe de i barres tendues :

- De section totale $A = \sum_{i=1}^n A_i$,
- Pour une hauteur utile d_i

AL'ELU

Pour chaque lit i le moment résistant M_{ru_i} est égal à $M_{ru_i} = A_i \cdot \sigma_s \cdot z$

Avec :

- A_i : section des armatures du lit considéré,
- $\sigma_s = f_e / \gamma_s$
- z : bras de levier des armatures.

On suppose que la valeur du bras de levier Z trouvé lors du calcul de la section d'armatures équilibrant le moment maximal (sur appui ou en travée) est constante sur la longueur de la poutre (cette simplification va dans le sens de la sécurité).

Pour un groupe de barre on a $M_{ru} = \sum M_{ru_i}$

Il est à noter que le premier lit d'armatures prolongées sur l'appui doit satisfaire la condition :

$$A_1 \cdot \sigma_s \geq V_u$$

AL'ELS

De même que pour l'ELU : $M_{s_i} = A_i \times \overline{\sigma_s} \times z_1$

avec $z_1 = d_1 \left(1 - \frac{\overline{\alpha_1}}{3}\right)$ valeur utilisée pour le calcul de $A_{\max}$ en travée et sur appuis.

Pour un groupe de barre on a $M_s = \sum M_{s_i}$

12.2.4. Longueur d'arrêt des barres

Lorsque l'on arrête dans une même section toutes les barres d'un groupe (supposées de même diamètre), leur moment maximal admissible décroît linéairement de M (M_{ru} ou M_s) à 0 sur la longueur d'ancrage de ces barres.

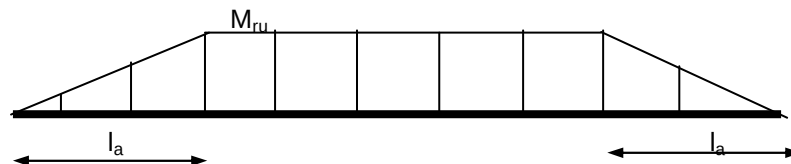
Il suffit de remarquer que :

$M = A_i \times \sigma_s \times z$ est, pour A_i et z constant, proportionnel à σ_s ,

$\sigma_s = f_e / \gamma_s$ varie linéairement de 0 à sa valeur maximale sur la longueur d'ancrage l_a

On a :

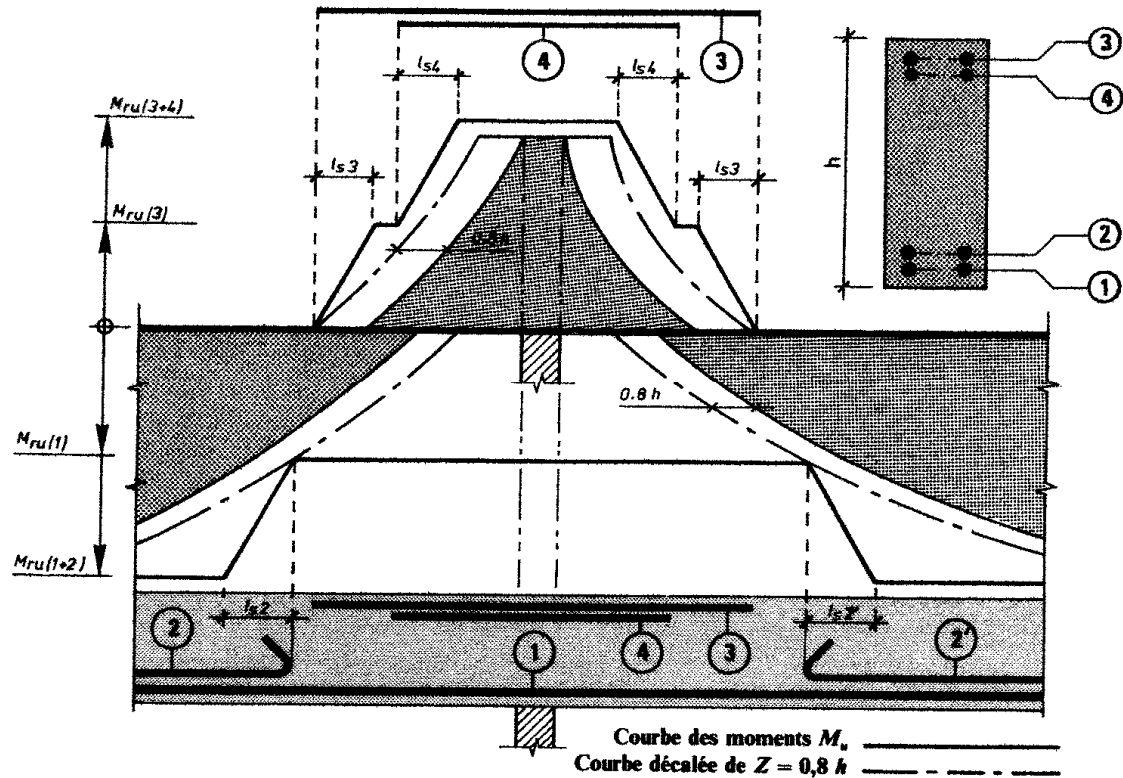
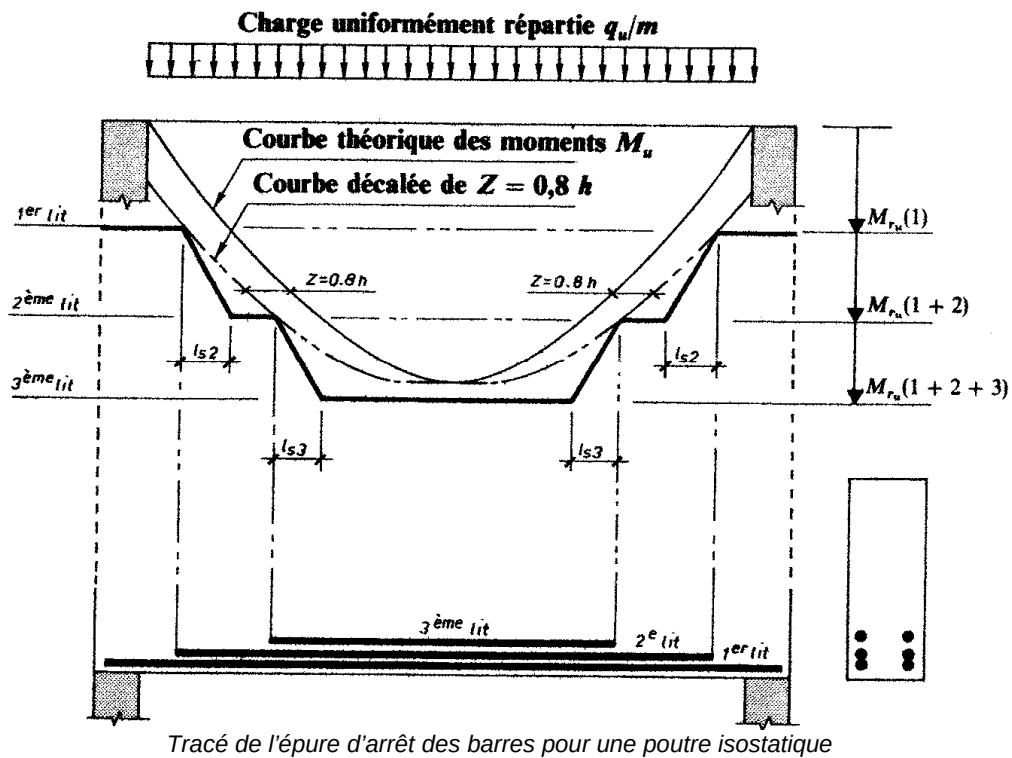
- $l_a = l_s$ pour des ancrages droits
- $l_a = 0,4 l_s$ pour les ancrages courbes des barres HA (voir chapitre 5).
- $l_a = 0,6 l_s$ pour les ancrages courbes des ronds lisses (voir chapitre 5).

**12.2.5. Diagramme d'épure d'arrêt des barres**

Dans une poutre de hauteur constante, le diagramme du moment résistant d'un groupe de barres arrêtées se compose donc :

- d'un segment de droite parallèle à l'axe de la poutre,
- de deux segments inclinés, aux extrémités du groupe de barres, de longueur l_a en projection sur l'axe de la poutre.

Pour plusieurs groupes de barres arrêtés à des niveaux différents, il suffit de cumuler le diagramme du moment résistant de chacune d'elles :



Attention : ne pas oublier le décalage de la courbe des moments qui provoque un prolongement des armatures d'une longueur égale à $0,8h$.

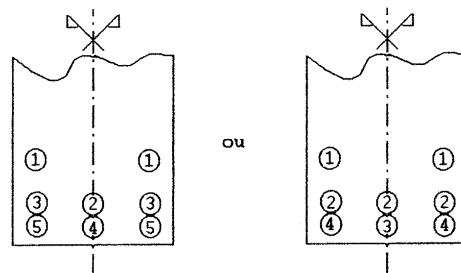
12.2.6. Principe de la construction de l'épure d'arrêt des armatures longitudinales

1 – Principe

Arrêter toujours les armatures par groupes symétriques par rapport au plan moyen.

Pour les armatures inférieures :

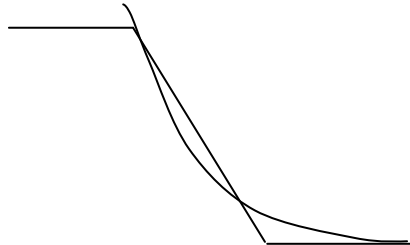
- commencer par celles de la nappe la plus haute,
- dans chaque nappe arrêter d'abord les barres les plus proches du plan moyen.



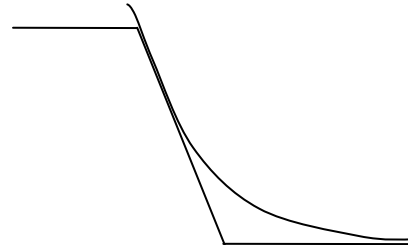
Pour les armatures supérieures : mêmes règles que ci-dessus, en commençant par les nappes les plus basses.

2 - Arrêt des armatures inférieures :

Il faut veiller que la courbe d'arrêt des barres soit bien située à l'extérieur de la courbe des moments fléchissant :



NON le segment passe à l'intérieur de la Courbe du moment fléchissant



OUI le segment ne passe pas à l'intérieur

3 - Arrêt des armatures supérieures

Même principe que pour les armatures inférieures

12.3.Exercice 1 : Epure arrêt des barres.

Le but de cet exercice est de tracer l'épure d'arrêt des barres d'une poutre de section rectangulaire.

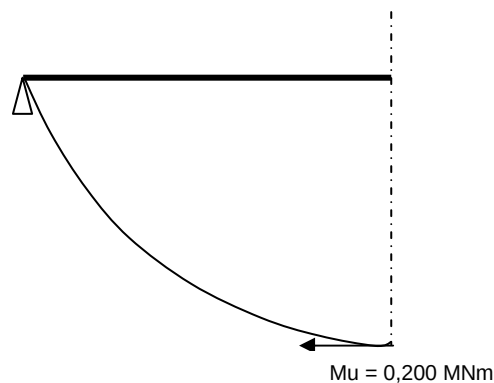
- Section : 20 cm x 60 cm ; d = 55cm.
- $f_{c28} = 20 \text{ Mpa}$ $f_e = 400 \text{ MPa}$
- Durée d'application des charges comprise entre 1h et 24h, donc $\theta = 0.9$
- Portée : 5,40 m
- Poutre soumise à une charge répartie de valeur $P_u = 55 \text{ KN/ml}$
- Le calcul en flexion simple nous donne les valeurs suivantes :
 - 1^{er} lit : 3HA20
 - 2^e lit : 2HA16

Le détail du calcul en flexion est le suivant

- $F_{bu} = \frac{0.85 \times 20}{0.9 \times 1.50} = 12.59 \text{ Mpa}$
 - Moment de flexion $M_u = \frac{0.055 \times 5.4^2}{8} = 0.200 \text{ MN.m}$ d'où :
 - $\mu_{bu} = \frac{M_u}{b d^2 f_{bu}} = \frac{0.2}{0.20 \times 0.55^2 \times 12.59} = 0.263$
 - $\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.263}) = 0.389$
 - $z_u = 0.55(1 - 0.4 \times 0.389) = 0.464 = 46.4 \text{ cm}$
- ➔ $Z_u \approx 464 \text{ cm.}$

Le calcul des moments résistants des aciers sera effectué avec $Z = 46.4 \text{ cm} < 0.8h = 48 \text{ cm}$.

1- On trace le moment fléchissant :



2- On calcule les moments résistants des aciers : $M_{ru_i} = A_{i.} \cdot \sigma_s \cdot Z$

- 1^{er} lit : 3HA20 (9.42 cm²) filant sur appui
 $M_{ru(1)} = 9.42 \cdot 10^{-4} \times 348 \times 0.464 = 0.152 \text{ MNm.}$
- 2^{ème} lit : 2HA16 (4.02 cm²)
 $M_{ru(2)} = 4.02 \cdot 10^{-4} \times 348 \times 0.464 = 0.065 \text{ MNm.}$

Au total : $M_{ru(1+2)} = 0.217 \text{ MNm} > 0.2 \text{ MNm.}$

- 3- Pour le calcul de la longueur d'arrêt du 2^e lit on pratique de la manière suivante :
- a- On détermine la distance entre le nu de l'appui gauche et le point d'intersection entre le 1^{er} lit et la courbe des moments.

Pour cela, on détermine l'équation du moment fléchissant en considérant une charge uniformément répartie :

$$M_u = -\frac{P_u \cdot x^2}{2} + \frac{P_u \cdot L \cdot x}{2}$$

$$M_u(x) = -\frac{P_u \cdot x^2}{2} + \frac{P_u \cdot L \cdot x}{2} = -\frac{0.055 \times x^2}{2} + \frac{0.055 \times 5.4 \times x}{2} = -0.0275x^2 + 0.1485x$$

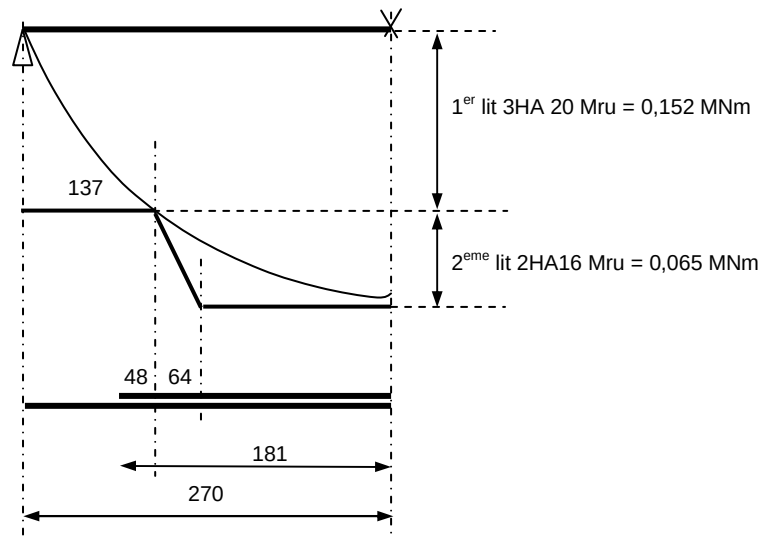
On a déterminé dans l'exercice que le moment résistant du 1^{er} lit vaut $M_{r1} = 0.152 \text{ MN.m}$

On cherche donc à résoudre l'équation $M_u(x) = -0.0275x^2 + 0.1485x = 0.152 \text{ MN.m}$

Soit $-0.0275x^2 + 0.1485x - 0.152 = 0$.

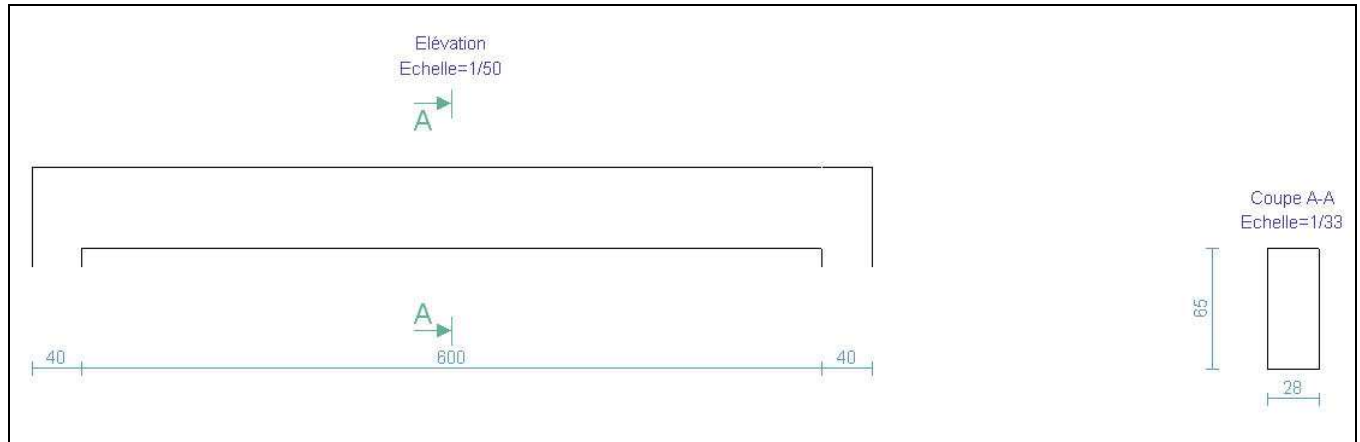
La résolution de ce polynôme du 2nd degré nous donne deux solutions : $x_1 = 1.37 \text{ m}$ et $x_2 = 4.03 \text{ m}$

- b- A droite de ce point il faut prévoir la longueur l_s de scellement, égale à 64 cm (40ϕ car Fe400) et à gauche il faut décaler le point de départ du 2^e lit de $Z = 0.8h = 48 \text{ cm}$.
- c- La demi longueur du 2^e lit est donc de 181 cm soit une longueur total de 362 cm que l'on arrondi à 370 cm.



12.4. Exercice 2 : Epure arrêt des barres

Prenons l'exemple de la poutre suivante :



Les hypothèses de calcul sont les suivantes :

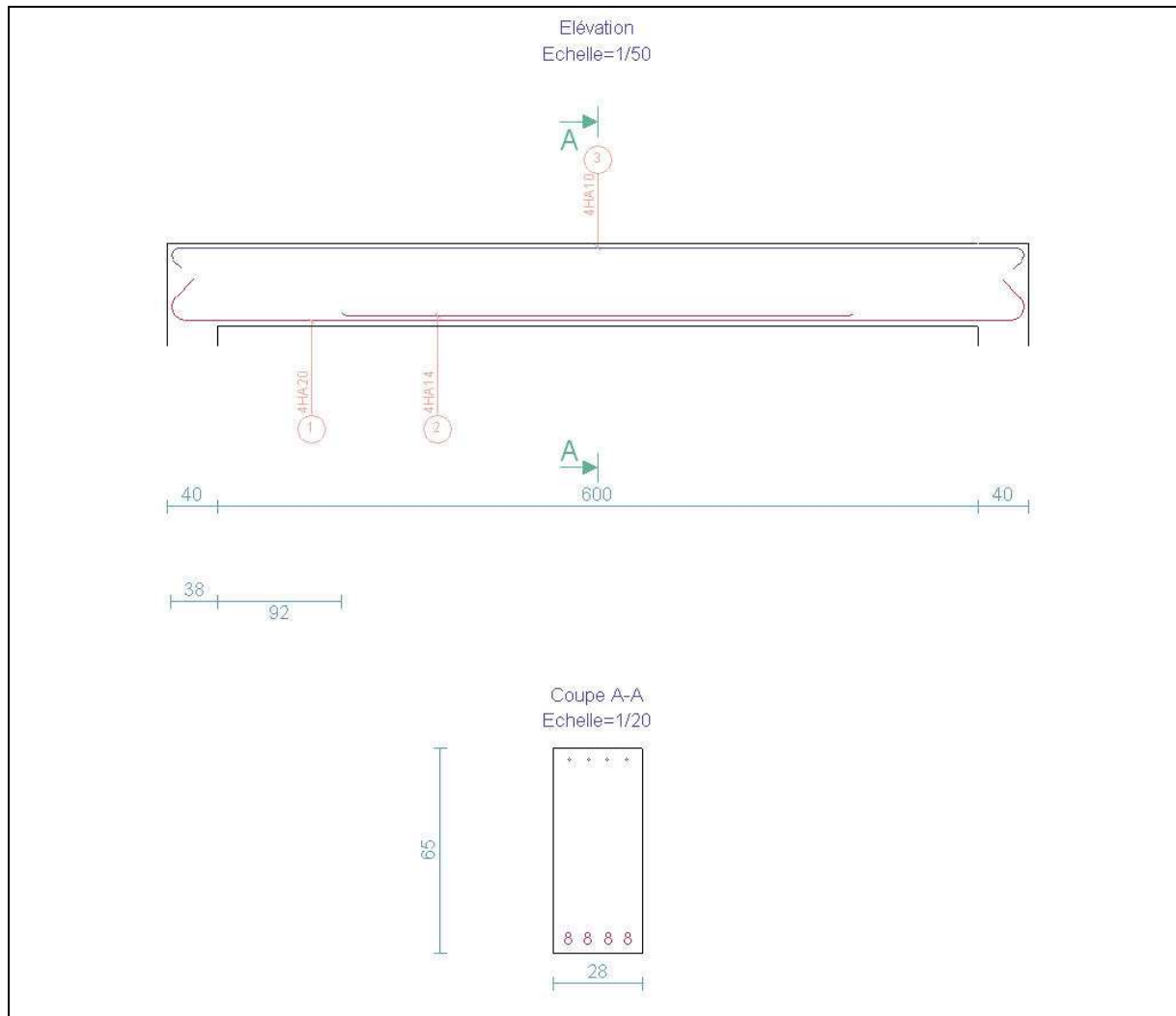
- Section : $b=28\text{cm}$, $h=65\text{cm}$, $d=58,5\text{cm}$ et $d'=4\text{cm}$.
- La longueur entre appuis est de 6 m.
- Sollicitations : la poutre est soumise à une charge uniformément répartie (notée P) sur toute la travée avec :
 - o $P_g=30\text{ KN/ml}$ compris poids propre
 - o $P_q=30\text{ KN/ml}$
- Durée d'application des charges : $1\text{h} < t < 24\text{h}$
- Matériaux :
 - o Béton: $F_{c28}=30\text{ Mpa}$
 - o Acier: F_{e500}
- Enrobage des armatures : 3cm
- Fissuration non préjudiciable
- Densité du béton : 25KN/m^3

Le calcul en flexion simple (voir chapitre 8) a donné :

- $P_u=1,35 \cdot 30 + 1,5 \cdot 30 = 85,5\text{ KN / ml}$.
- $M_u = -\frac{Px^2}{2} + \frac{Plx}{2} = -0,04275x^2 + 0,2565x \Rightarrow M_{\max} = \frac{p \cdot l^2}{8} = 0,385\text{ MN.m}$
- Hauteur utile : $d=0,9h=0,9 \cdot 0,65=0,585\text{m}$
- Calcul du moment réduit : $\mu_b = \frac{M_u}{bd^2F_{bu}} = \frac{0,385}{0,28 \times 0,585^2 \times 18,89} = 0,213$
- On a bien $\mu_b \leq \mu_{lu}$ donc pas d'aciers comprimés : **$0,213 < 0,274$**
- Calcul de α : $\alpha_u = 1,25 \left[1 - \sqrt{(1 - 2\mu_b)} \right] = 1,25 \left[1 - \sqrt{(1 - 2 \times 0,213)} \right] = 0,303$
- Calcul du bras de levier z_b : $z_b = d(1 - 0,4\alpha) = 0,585(1 - 0,4 \times 0,303) = 0,514\text{m}$
- Calcul de la section d'armatures :
 - o $A_u = \frac{M_u}{z_b F_{ed}} = \frac{0,385}{0,514 \times 434,78} = 17,23 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 17,23 \text{ cm}^2$
- On doit donc mettre en place $17,23\text{ cm}^2$ d'armatures en partie inférieure.
- On peut mettre en place 4HA20 + 4HA14 ($18,73\text{ cm}^2$) :
 - o 4HA20 = $12,57\text{ cm}^2$
 - o 4HA14 = $6,16\text{ cm}^2$

Plan de ferrailage issu d'un logiciel de calcul

Ci-dessous, le plan de ferrailage obtenu avec un logiciel de calcul :



On remarque que le 2^{ème} lit d'armatures (4HA14) est arrêté à 92cm de l'appui de gauche. Nous allons déterminer cette valeur manuellement.

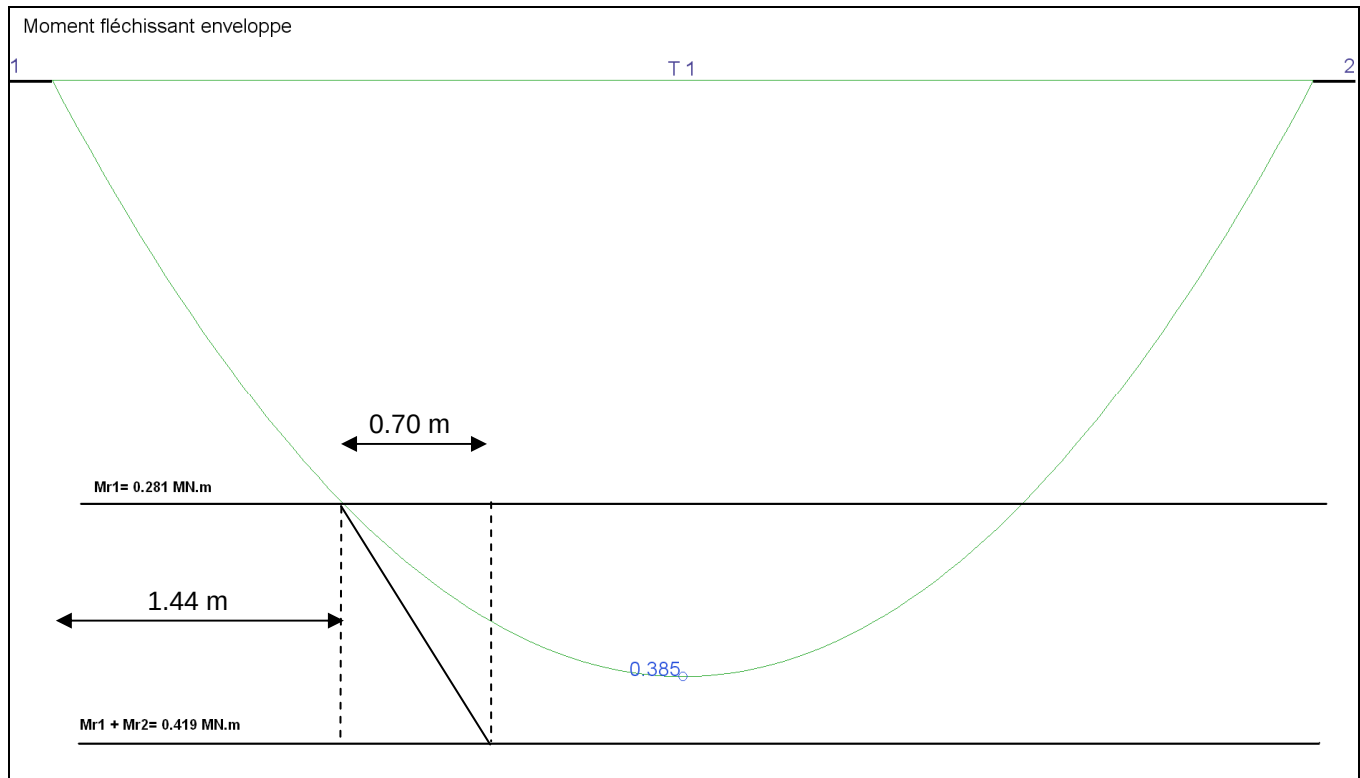
Calcul manuel de l'épure d'arrêt des barres

Moment résistant de chaque lit d'armatures :

- 4HA20= 12.57cm² => $M_{r1} = 0.001257 \cdot 434.78 \cdot 0.514 = 0.281 \text{ MN.m}$
- 4HA14= 6.16cm² => $M_{r2} = 0.000616 \cdot 434.78 \cdot 0.514 = 0.138 \text{ MN.m}$

On a bien $M_{r1} + M_{r2} = 0.419 > M_u = 0.385 \text{ MN.m}$

On trace le diagramme du moment de flexion :



- Le point d'intersection entre la droite M_{r1} et la courbe de moment peut se déterminer graphiquement ou en reprenant l'équation du moment de flexion. Dans ce cas, on cherche x et $M(x) = 0.281 \text{ MN.m}$
 - o $M_u = -\frac{Px^2}{2} + \frac{Plx}{2} = -0.04275x^2 + 0.2565x = 0.281$
 - o $-0.04275x^2 + 0.2565x - 0.281 = 0 \Rightarrow x = 1.44 \text{ m}$
- La barre doit être prolongée de $0.8h = 0.52 \text{ m}$, soit un arrêt de barre à $1.44 - 0.52 = 0.92 \text{ m}$
- On vérifie ensuite que l'ancrage de la barre est bien respectée et que l'on ne coupe pas la courbe de moment théorique :
 - o La longueur d'ancrage vaut 50ϕ , soit 70 cm pour un HA14.
 - o Notre épure est correcte.
- La demi-longueur des barres en HA14 est donc de $3 - 0.92 = 2.08$ soit une longueur totale de barre de 4.16 m .

12.5. Ferrailage des trémies

Il est très courant d'avoir des ouvertures dans les poutres afin que les corps d'état secondaires puissent faire passer les différentes gaines de ventilation, électricité...

La présence de trémies dans les poutres nécessite la plupart du temps le calcul des aciers de renforcement autour de la trémie.

Pour le calcul des trémies, on distingue trois cas de figure :

- Les trémies de petites dimensions ne nécessitant pas de dimensionnement particulier.
- Les trémies de grandes dimensions dimensionnées à l'effort tranchant.
- Les trémies de grandes dimensions dimensionnées en flexion.

Le distinguo entre les deux derniers types de trémie se fait en fonction des dimensions (largeur-hauteur) de la trémie et a une influence sur la répartition de l'effort tranchant, comme on le verra un peu plus loin dans ce cours.

On utilisera les termes suivants pour distinguer les éléments constitutifs autour de la trémie :

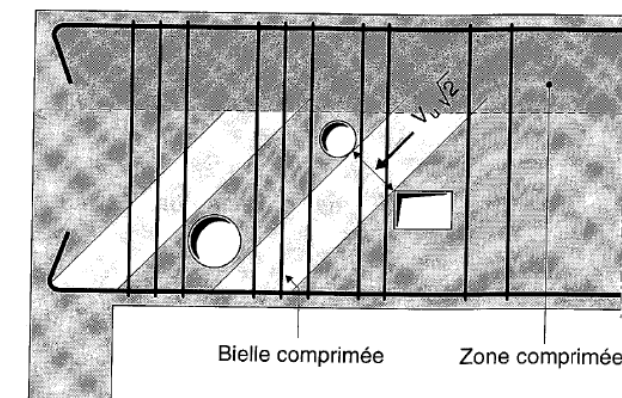
- Linteau supérieur : partie de la poutre située au-dessus de la trémie.
- Linteau inférieur : partie de la poutre située au-dessous de la trémie.

12.5.1. Ouvertures de petites dimensions.

On placera dans la catégorie des ouvertures de petites dimensions les ouvertures qui ne perturbent pas le fonctionnement en « poutre-treillis » vis-à-vis de l'effort tranchant :

- La zone comprimée n'est pas coupée par une ouverture.
- La trémie ne coupe pas les armatures tendues.
- La trémie ne doit pas couper les cours d'armatures à calculer.

Ces conditions sont représentées dans le schéma suivant :



Dans ce cas, il n'est pas utile de dimensionner des renforts de trémie.

Par contre, il est impératif de vérifier que la largeur « a » de la bielle comprimée (indiquée en blanc sur le schéma ci-dessus) respecte la valeur suivante (pour éviter l'écrasement de la bielle) :

$$a \geq \frac{2.V_u}{0,8.b \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b}} \quad (\text{b étant la largeur de la poutre}).$$

Si la largeur de la bielle n'est pas suffisante pour vérifier cette équation, il faut réduire la dimension des trémies et donc augmenter la distance entre deux trémies adjacentes (et par la même la largeur de la bielle de compression).

12.5.2. Ouvertures de grandes dimensions.

Par opposition aux ouvertures de petites dimensions, lorsqu'une trémie ne respecte un des points illustrés au paragraphe précédent, on est dans le cas des ouvertures de grandes dimensions. On doit donc dimensionner des aciers de renfort.

On considère les efforts à reprendre (effort tranchant et moment de flexion) calculés à l'abscisse correspondant au milieu de la trémie.

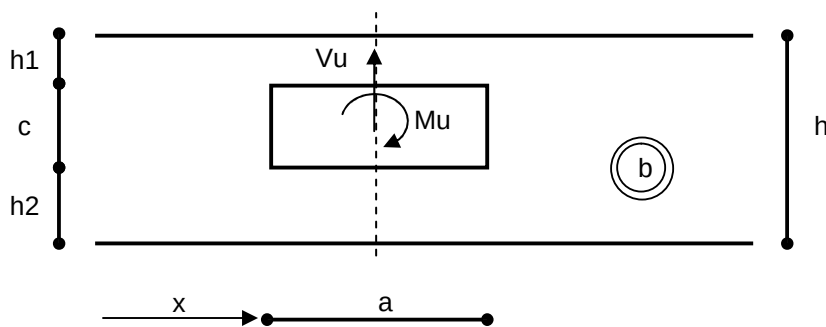
La méthode consiste à étudier séparément les deux linteaux situés au-dessus et au-dessous de l'ouverture (comme deux demie- consoles). Ces deux linteaux doivent transmettre les efforts suivants :

- Transmission de l'effort tranchant par un système de bielles (fonctionnement en treillis).
- Transmission de la flexion par des efforts de compression et de traction dans les linteaux.

ATTENTION, la distance libre horizontale entre deux ouvertures successives doit être au moins égale à deux fois la hauteur de la poutre

12.5.2.1. Sollicitations dans les linteaux

Soit une poutre de largeur b , comportant une trémie de largeur « a » et de hauteur « c », située à une abscisse « x » :



On calcule les sollicitations V_u et M_u (effort tranchant et moment de flexion) à l'abscisse $x+a/2$ (milieu de la trémie) en considérant la poutre sans ouverture.

Les hauteurs des linteaux supérieurs et inférieurs sont respectivement h_1 et h_2 .

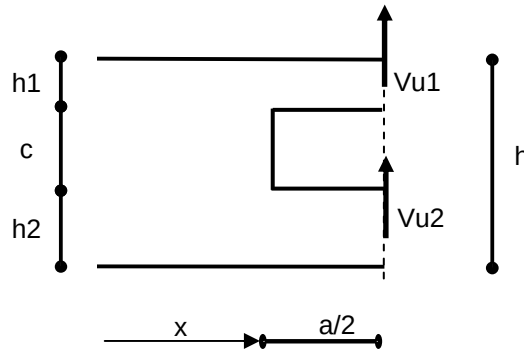
Il faut donc répartir ces efforts internes (V_u et M_u) dans les deux linteaux :

- Répartition de l'effort tranchant V_u dans les deux linteaux, au prorata des inerties ou des sections (fonction du rapport entre la largeur de l'ouverture et la hauteur des linteaux).
- Reprise du moment de flexion M_u en traction-compression par le bras de levier « z ».

Répartition de l'effort tranchant au prorata des inerties

Lorsque la largeur « a » de la trémie est plus grande que la hauteur de chaque linteau, on considère que les déformations des linteaux sont dues essentiellement à la flexion et la répartition de l'effort tranchant se fait au prorata des inerties des linteaux :

- $a \geq \max(h_1, h_2)$ alors $V_{u1} = V_u \cdot h_1^3 / (h_1^3 + h_2^3)$
 $V_{u2} = V_u \cdot h_2^3 / (h_1^3 + h_2^3)$



Répartition de l'effort tranchant au prorata des sections

Lorsque la largeur « a » de la trémie est plus petite que la hauteur de chaque linteau, on considère que les déformations de ces linteaux sont dues essentiellement à l'effort tranchant et la répartition de V_u se fait alors au prorata des sections :

- Si $a < \min(h_1, h_2)$ alors $V_{u1} = V_u \cdot h_1 / (h_1 + h_2)$
 $V_{u2} = V_u \cdot h_2 / (h_1 + h_2)$

Lorsque l'on est entre les deux cas de figure précédent, par sécurité, on peut considérer :

$$V_{u1} = \max(V_{u1}^{\circ}_{flex}, V_{u1}^{\circ}_{cis})$$

$$V_{u2} = \max(V_{u2}^{\circ}_{flex}, V_{u2}^{\circ}_{cis})$$

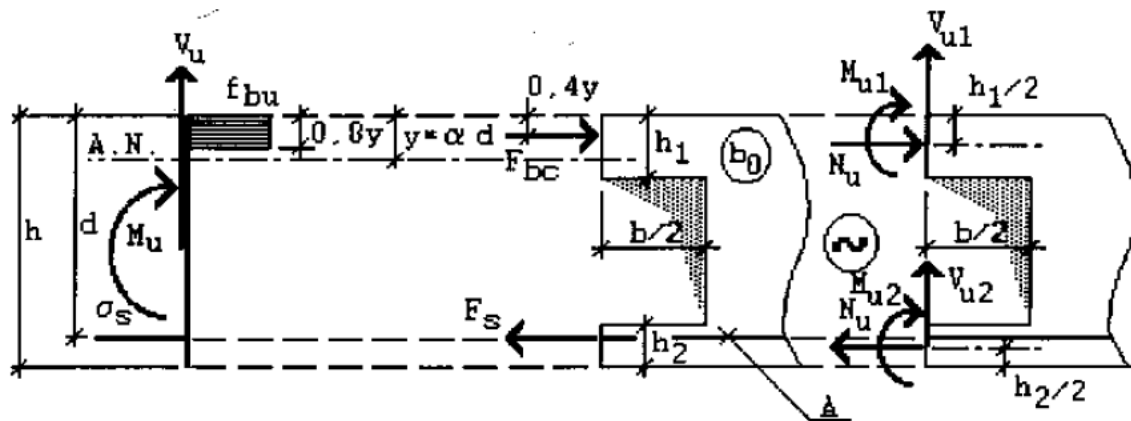
Répartition du moment de flexion à l'ELU

Lorsque l'on équilibre une section en flexion simple, on a un effort de compression F_{bc} sur le béton comprimé et un effort de traction F_s sur les aciers tendus (voir cours de flexion) :

- $F_{bc} = -F_s = 0,8 \cdot b \cdot y \cdot f_{bu}$ avec $y = \alpha \cdot d$

En fonction de la position de l'axe neutre de la poutre (considérée sans trémie), on a les efforts F_{bc} et F_s qui sont excentrés par rapport au centre de gravité des deux linteaux. On ramène donc ces efforts à ces centres de gravité de façon à pouvoir faire un calcul des linteaux en flexion composée.

Ce principe est décrit sur le schéma suivant :



Pour le linteau supérieur, on a :

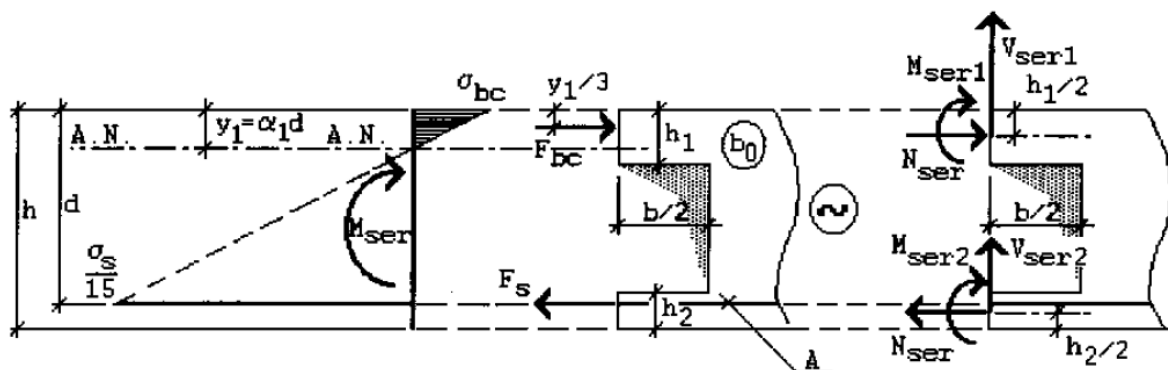
- $M_{u1} = F_{bc} \cdot \left(\frac{h_1}{2} - 0,4 \cdot y \right)$
- $N_u = F_{bc}$ (compression)

Pour le linteau inférieur, on a :

- $M_{u2} = F_s \cdot \left(h - d - \frac{h_2}{2} \right)$
- $N_u = F_s = -F_{bc}$ (traction)

Répartition du moment de flexion à l'ELS

A l'ELS, le diagramme de répartition du moment de flexion est le suivant :



La position de l'axe neutre se calcul à partir de la formule suivante (pour une section rectangulaire) :

$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot y_1^2 - A_{st} \cdot n \cdot (d - y_1) + A_{sc} \cdot n \cdot (y_1 - d') = 0$$

Pour calculer la position de l'axe neutre, il faut donc avoir calculée au préalable la section d'armature ELS.

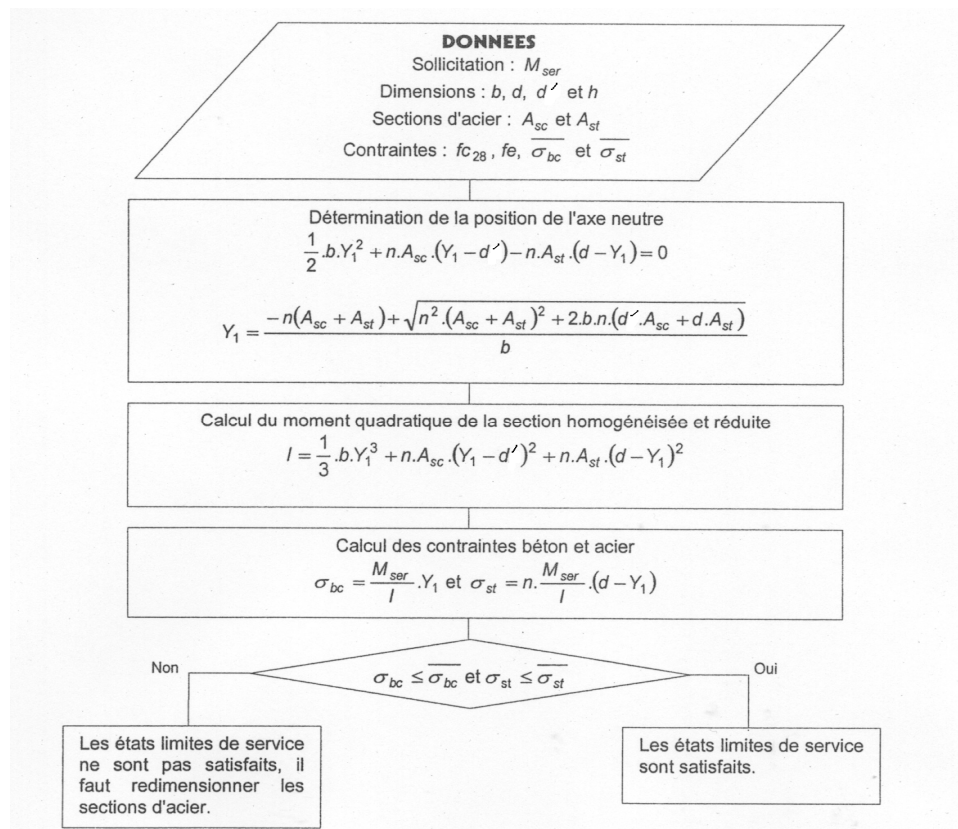
On calcule ensuite la contrainte dans les aciers tendus et le béton comprimé à partir des formules ELS.

Par exemple, dans le cas d'une section sans acier comprimé, on a :

$$\sigma_s = \frac{M_{ser}}{A(d - \frac{y_1}{3})}$$

$$\sigma_{bc} = \frac{\sigma_s}{15} \cdot \frac{y_1}{d - y_1}$$

Ces formules « simplifiées » se démontrent à partir des formules vues au chapitre de vérification des contraintes à l'ELS résumées dans l'organigramme ci-après :



A partir des contraintes, on en déduit les efforts dans le béton et les armatures :

- Dans les aciers : $F_s = A \cdot \sigma_s$
- Par équilibre de la section, on a pour le béton : $F_{bc} = F_s$

Puis les efforts dans les linteaux :

- Linteau haut :
 - o $N_{ser} = F_{bc}$ (compression)
 - o $M_{ser} = F_{bc} \cdot \left(\frac{h_1}{2} - \frac{y_1}{3} \right)$
- Linteau bas :
 - o $N_{ser} = -F_s$ (traction)
 - o $M_{ser} = F_s \cdot \left(h - d - \frac{h_2}{2} \right)$

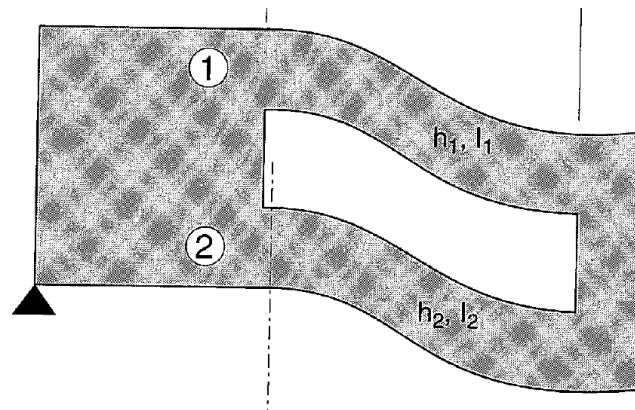
12.5.2.2. Calcul des armatures longitudinales

On calcule ensuite les armatures longitudinales des linteaux en flexion composée, sans tenir compte des effets du second ordre. Ces calculs sont menés au droit des sections d'encastrement des linteaux (calculés comme 2 demi-consoles) :

- Pour le linteau supérieur, on considère les efforts déterminés précédemment en y ajoutant, le cas échéant, les sollicitations émanant des charges appliquées directement sur le linteau. Dans ce cas, on doit considérer ce dernier comme une console encastree.
- Pour le linteau inférieur, on ne considère que les sollicitations déterminées précédemment (pas de charges extérieures appliquées).

Pour le calcul des linteaux, il ne faut pas oublier de ramener les sollicitations calculées précédemment au droit de la section d'encastrement (voir exercice ci-après).

Attention, du fait que l'on a un point d'inflexion au centre de la trémie (voir schéma ci-dessous), il y a un changement du bras de levier entre la console de gauche et la console de droite :



Les armatures calculées doivent être ancrées au-delà de l'appui sur une longueur au moins égale à :

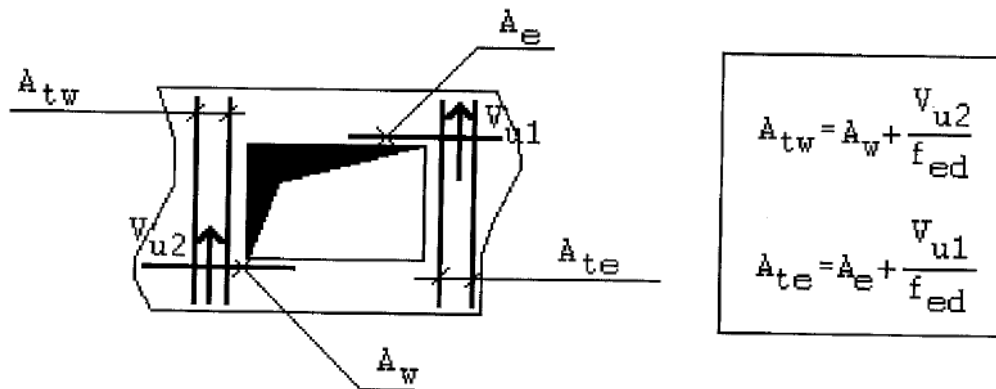
- $h_1 + l_s$ pour le linteau supérieur.
- $h_2 + l_s$ pour le linteau inférieur.

12.5.2.3. Calcul des armatures transversales

Pour le calcul des armatures transversales, il y a deux points à considérer :

- Les aciers transversaux des linteaux eux-mêmes, qui doivent être calculés en considérant l'effort normal pour le calcul du coefficient k de reprise de bétonnage (voir cours sur l'effort tranchant) :
 - $k=1+3.N_u/(B.f_{cj})$ en flexion composée avec compression
 - o tel que N_u : effort de compression à l'ELU
 - B : section de la poutre (égale à $b.h$)
 - $k=1-0,75.N_u/(B.f_{cj})$ en flexion composée avec traction
 - o tel que N_u : effort de traction à l'ELU
 - B : section de la poutre (égale à $b.h$)

- Les aciers de renfort en bord de trémie qui sont définies par les formules suivantes :



ATTENTION, les aciers A_{tw} et A_{te} doivent dans tous les cas être au moins équivalents à la demi-section d'aciers transversaux coupés, de façon à avoir :

$$A_{tw} + A_{te} = A_t$$

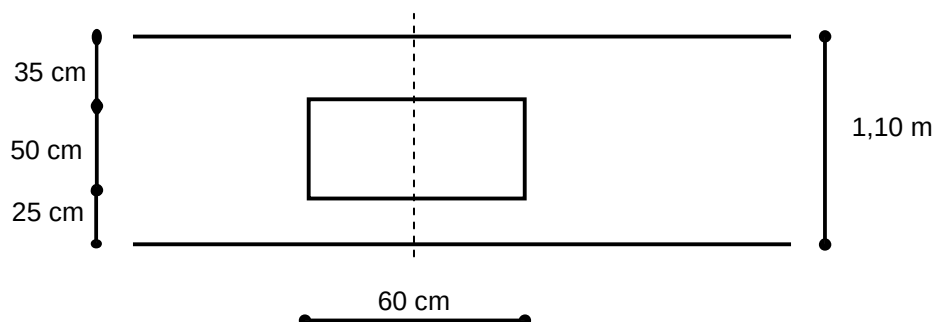
La section A_t correspond à la section d'aciers transversaux, sur la largeur « a » de l'ouverture, calculée considérant la poutre sans ouverture.

12.6. Exercice 2 : calcul de renforts de trémie.

Prenons la poutre suivante :

- Section de 0.50 x 1.10 m
- Béton $F_{c28} = 25\text{Mpa}$
- Acier Fe500
- Enrobage 2cm
- Trémie de 0.60x0.50.
- Fissuration peu préjudiciable.
- Durée d'application des charges supérieure à 24h ($\theta=1$)

La définition de la trémie est la suivante:



Le but est de calculer les renforts de trémies et de donner un schéma de ferrailage. Pour cela, on donne les sollicitations de la poutre, à l'abscisse correspondant au centre de la trémie :

- Charges permanentes :
 - Effort tranchant $\Rightarrow V_G = 0.290\text{MN}$.
 - Moment de flexion $\Rightarrow M_G = 0.232\text{MN.m}$
- Surcharges d'exploitation :
 - Effort tranchant $\Rightarrow V_Q = 0.210\text{MN}$.
 - Moment de flexion $\Rightarrow M_Q = 0.168\text{MN.m}$

12.6.1. Calcul de la poutre sans trémie

Calcul des sollicitations

Il suffit de reprendre les sollicitations données dans l'énoncé et de les pondérer avec les coefficients ELU et ELS. Ces sollicitations ont été calculées en flexion simple, sans tenir compte de l'ouverture.

A l'ELU, on a :

- $V_u = 1,35.V_G + 1,50.V_Q = 1,35 \times 0,290 + 1,50 \times 0,210 = 0,707 MN$
- $M_u = 1,35.M_G + 1,50.M_Q = 1,35 \times 0,232 + 1,50 \times 0,168 = 0,565 MN.m$

A l'ELS, on a :

- $V_s = V_G + V_Q = 0,290 + 0,210 = 0,500 MN$
- $M_s = M_G + M_Q = 0,232 + 0,168 = 0,400 MN.m$

Calcul des armatures longitudinales

Les caractéristiques des matériaux sont les suivantes :

- Béton Fc28= 25 Mpa $\Rightarrow F_{bu} = 0,85 \frac{F_{c28}}{\theta \times \gamma_b} = 0,85 \frac{25}{1,5} = 14,17 Mpa$
- Acier Fe400 : $F_{ed} = \frac{F_e}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 Mpa$

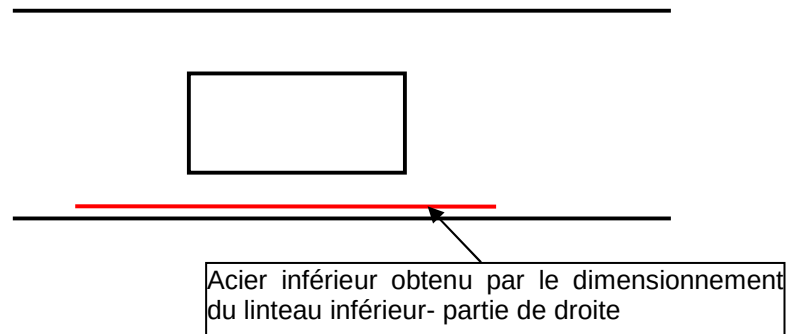
On calcule les armatures longitudinales, en flexion simple, de la façon suivante :

- Hauteur utile : $d = h - 5cm = 1,05m$
- Calcul du moment réduit : $\mu_b = \frac{M_u}{bd^2 F_{bu}} = \frac{0,565}{0,50 \times 1,05^2 \times 14,17} = 0,072$
- $10^4 \mu_{lim} = 3220 \times \theta \times \gamma + 51 \frac{F_{c28}}{\theta} - 3100 = 3220 \times \frac{0,565}{0,400} + 51 \times 25 - 3100 = 2723,25$
- On a bien $\mu_b \leq \mu_{lim}$ donc pas d'aciers comprimés : **0,072 < 0,272**
- Calcul de α : $\alpha_u = 1,25 \left[1 - \sqrt{(1 - 2\mu_b)} \right] = 1,25 \left[1 - \sqrt{(1 - 2 \times 0,072)} \right] = 0,093$
- Calcul du bras de levier z_b : $z_b = d(1 - 0,4\alpha) = 1,05(1 - 0,4 \times 0,093) = 1,01m$
- Calcul de la section d'armatures :
 - o $A_u = \frac{M_u}{z_b F_{ed}} = \frac{0,565}{1,01 \times 434,78} = 12,87 \cdot 10^{-4} m^2 = 12,87 cm^2$
- Pourcentage minimum :

$$A_{min} = 0,23 \frac{F_{t28}}{F_e} b_0 d = 0,23 \frac{2,1}{500} 0,50 \times 1,05 = 5,07 cm^2 < 12,87 cm^2$$

On voit donc que le dimensionnement en flexion de la poutre nous donne une section d'armatures longitudinales inférieures de $12,87\text{cm}^2$.

Cependant, le calcul détaillé des renforts de trémies va nous amener à mettre en place des aciers tendus dans la partie de droite du linteau inférieur.



Le calcul du linteau inférieur nous donne une section d'acier théorique de $20,17\text{cm}^2$ (voir paragraphe 12.5.6.2) soit $3\text{HA}25+2\text{HA}20= 21,01\text{cm}^2$ (sur le même lit).

On prendra donc en compte cette quantité d'armatures pour le calcul des efforts dans les linteaux à l'ELS (voir ci-après).

Remarque :

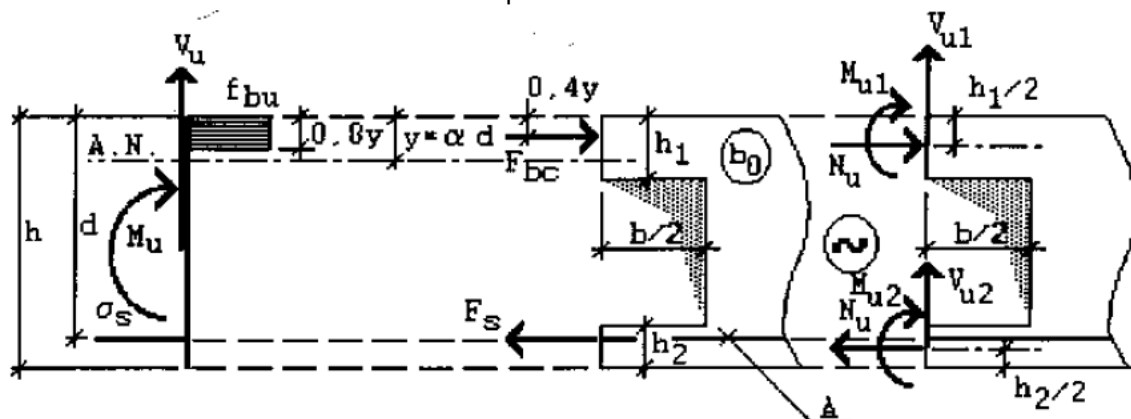
On peut également choisir de mettre en place $5\text{HA}25$, ce qui représente une section moins économique ($24,54\text{ cm}^2$) mais plus simple à mettre en œuvre.

12.6.2. Calcul des efforts normaux et moments dans les linteaux

On détermine les efforts dans les linteaux aux ELU et aux ELS.

Efforts dans les linteaux à l'ELU

Les efforts dans les linteaux sont calculés à partir du schéma suivant :



- Calcul du linteau haut :
 - o Le calcul en flexion simple sans trémie nous permet de connaître la position de l'axe neutre : $y = \alpha_u \cdot d = 0,093 \times 1,05 = 0,098\text{m}$.
 - o On vérifie que la hauteur de la zone comprimée est bien inférieure à la hauteur du linteau supérieur : $y = 0,098\text{ m} < h_1 = 0,35\text{ m}$.
 - o $N_u = F_{bc} = 0,8 \cdot b \cdot y \cdot f_{bu} = 0,8 \times 0,50 \times 0,098 \times 14,17 = 0,555\text{MN}$
 - o $M_{u1} = F_{bc} \cdot \left(\frac{h_1}{2} - 0,4 \cdot y \right) = 0,555 \cdot \left(\frac{0,35}{2} - 0,4 \times 0,098 \right) = 0,075\text{MN.m}$

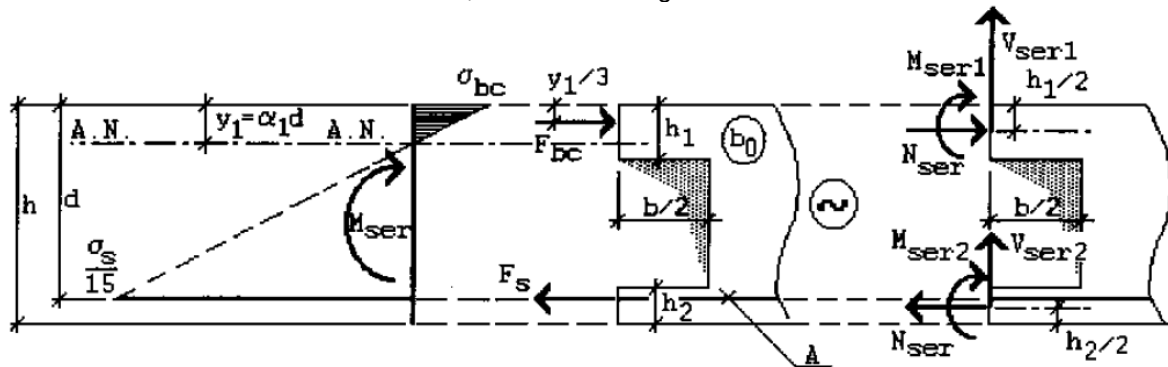
- Calcul du linteau bas :

$$o \quad N_u = F_s = -F_{bc} = -0,555 MN$$

$$o \quad M_{u2} = F_s \cdot \left(h - d - \frac{h_2}{2} \right) = -0,555 \left(1,10 - 1,05 - \frac{0,25}{2} \right) = 0,042 MN.m$$

Efforts dans les linteaux à l'ELS

Pour la détermination des efforts à l'ELS, on utilise le diagramme suivant :



D'après le calcul en flexion simple sans trémie, on a les caractéristiques de poutre suivantes :

- Poutre de $0,50 \times 1,10 \text{ m}^2$
- Hauteur utile : $d = 1,05 \text{ m}$
- Section d'aciers : $3HA25 + 2HA20 = 21,01 \text{ cm}^2$
- Coefficient d'équivalence $n = 15$.

On calcule la position de l'axe neutre, solution de l'équation suivante :

- $\frac{1}{2} \cdot b \cdot y_1^2 - A_{st} \cdot n \cdot (d - y_1) + A_{sc} \cdot n \cdot (y_1 - d') = \frac{50}{2} \cdot y_1^2 - 15 \times 21,01(105 - y_1) = 0$
- $25 \cdot y_1^2 - 315,15(105 - y_1) = 0 \Rightarrow 25 \cdot y_1^2 + 315,15 y_1 - 33090,75 = 0$
- La solution de ce polynôme nous donne : $y_1 = 30,62 \text{ cm}$
- On vérifie que $y_1 = 30,62 \text{ cm} < h_1 = 35 \text{ cm}$

On calcule ensuite les contraintes dans le béton comprimé et dans les aciers tendus :

- $\sigma_s = \frac{M_{ser}}{A(d - \frac{y_1}{3})} = \frac{0,400}{21,01 \cdot 10^{-4} \left(1,05 - \frac{0,306}{3} \right)} = 201 \text{ MPa}$
- $\sigma_{bc} = \frac{\sigma_s}{15} \cdot \frac{y_1}{d - y_1} = \frac{201}{15} \cdot \frac{0,306}{1,05 - 0,306} = 5,5 \text{ MPa}$

Les efforts correspondants à ces contraintes sont :

- Dans les aciers : $F_s = A \cdot \sigma_s = 21,01 \cdot 10^{-4} \times 201 = 0,422 \text{ MN}$
- Par équilibre de la section, on a pour le béton : $F_{bc} = F_s = 0,422 \text{ MN}$

On définit ensuite les efforts dans les linteaux :

- Linteau haut :

$$o \quad N_{s1} = F_{bc} = 0,422 \text{ MN (compression)}$$

$$o \quad M_{s1} = F_{bc} \cdot \left(\frac{h_1}{2} - \frac{y_1}{3} \right) = 0,422 \left(\frac{0,35}{2} - \frac{0,306}{3} \right) = 0,031 \text{ MN.m}$$

- Linteau bas :

- o $N_{s2} = -F_s = -0,422 MN$ (traction)

- o $M_{s2} = F_s \cdot \left(h - d - \frac{h_2}{2} \right) = -0,422 \left(1,10 - 1,05 - \frac{0,25}{2} \right) = 0,032 MN.m$

Remarque :

A titre de comparaison, on peut déterminer les efforts ELS obtenus lors de la 1^{ère} itération de calcul en conservant les aciers théoriques inférieurs de flexion simple, soit 12,87cm².

- $\frac{1}{2} \cdot b \cdot y_1^2 - A_{st} \cdot n \cdot (d - y_1) + A_{sc} \cdot n \cdot (y_1 - d') = \frac{50}{2} \cdot y_1^2 - 15 \times 12,87(105 - y_1) = 0$

- $25 \cdot y_1^2 - 193,05(105 - y_1) = 0 \Rightarrow 25 \cdot y_1^2 + 193,05 y_1 - 20270,25 = 0$

- La solution de ce polynôme nous donne : $y_1 = 24,87 cm$

- $\sigma_s = \frac{M_{ser}}{A(d - \frac{y_1}{3})} = \frac{0,400}{12,87 \cdot 10^{-4} \left(1,05 - \frac{0,249}{3} \right)} = 321 MPa$

- $\sigma_{bc} = \frac{\sigma_s}{15} \cdot \frac{y_1}{d - y_1} = \frac{321}{15} \cdot \frac{0,249}{1,05 - 0,249} = 6,65 MPa$

- Dans les aciers : $F_s = A \cdot \sigma_s = 12,87 \cdot 10^{-4} \times 321 = 0,413 MN$

- Par équilibre de la section, on a pour le béton : $F_{bc} = F_s = 0,413 MN$

- Linteau haut :

- o $N_{s1} = F_{bc} = 0,413 MN$ (compression)

- o $M_{s1} = F_{bc} \cdot \left(\frac{h_1}{2} - \frac{y_1}{3} \right) = 0,413 \left(\frac{0,35}{2} - \frac{0,249}{3} \right) = 0,038 MN.m$

- Linteau bas :

- o $N_{s2} = -F_s = -0,413 MN$ (traction)

- o $M_{s2} = F_s \cdot \left(h - d - \frac{h_2}{2} \right) = -0,413 \left(1,10 - 1,05 - \frac{0,25}{2} \right) = 0,031 MN.m$

On voit que la différence est insignifiante pour le linteau bas mais on a un léger sous-dimensionnement du linteau haut si on ne fait pas cette itération.

12.6.3. Calcul des efforts tranchants dans les linteaux

Il faut maintenant déterminer la répartition de l'effort tranchant dans les linteaux haut et bas.

On est dans le cas suivant :

- $A = 0,60 m \geq \max(h_1, h_2) = 0,45$ alors $V_{u1} = V_u \cdot \frac{h_1^3}{h_1^3 + h_2^3}$
 $V_{u2} = V_u \cdot \frac{h_2^3}{h_1^3 + h_2^3}$

On a donc :

- $V_{u1} = V_u \cdot \frac{h_1^3}{h_1^3 + h_2^3} = V_u \cdot \frac{0,35^3}{0,35^3 + 0,25^3} = 0,733 \cdot V_u$

- $V_{u2} = V_u \cdot \frac{h_2^3}{h_1^3 + h_2^3} = V_u \cdot \frac{0,25^3}{0,35^3 + 0,25^3} = 0,267 \cdot V_u$

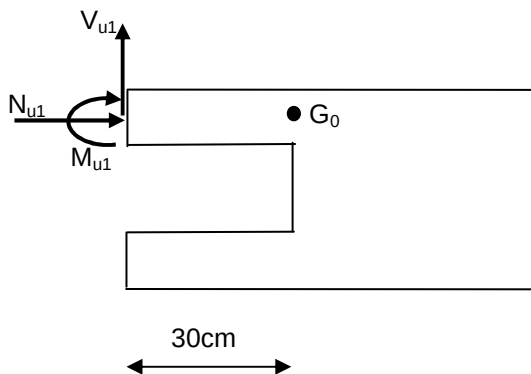
Ce qui nous donne :

- A l'ELU :
 - o $V_{u1} = 0,733 \times 0,707 = 0,518 MN$
 - o $V_{u2} = 0,267 \times 0,707 = 0,189 MN$
- A l'ELS :
 - o $V_{s1} = 0,733 \times 0,500 = 0,367 MN$
 - o $V_{s2} = 0,267 \times 0,500 = 0,134 MN$

12.6.4. Calcul des armatures du demi-linteau supérieur droit.

12.6.4.1. Sollicitations dans la section d'encastrement

Les calculs précédents nous ont donné les valeurs d'efforts suivantes :



Il faut ramener ces efforts à la section d'encastrement du linteau, notée G_0 dans le schéma ci-contre.

En considérant qu'il n'y a pas de charges directement appliquées sur le linteau, on a les efforts suivants au droit de l'encastrement :

- $M_{G0} = M_{u1} + 0,30.V_{u1}$
- $V_{G0} = V_u$
- $N_{G0} = N_u$

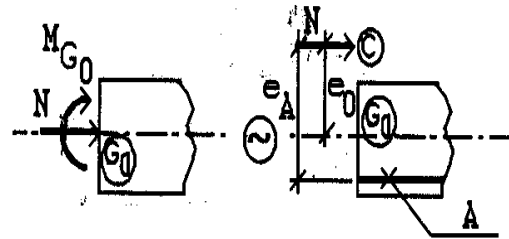
Ce qui nous donne :

- A l'ELU :
 - o $M_{uG0} = 0,075 + 0,30 \times 0,518 = 0,230 MN.m$
 - o $V_{uG0} = V_u = 0,518 MN$
 - o $N_{uG0} = N_u = 0,555 MN$
- A l'ELS :
 - o $M_{sG0} = 0,031 + 0,30 \times 0,367 = 0,141 MN.m$
 - o $V_{sG0} = V_{ser} = 0,367 MN$
 - o $N_{sG0} = N_{ser} = 0,422 MN$

12.6.4.2. Calcul des armatures longitudinales

Les armatures longitudinales sont déterminées en flexion composée avec compression, en négligeant les effets du second ordre.

La position des aciers des aciers tendus est donnée par le schéma suivant :



On prend une hauteur utile de $d=35-3= 32$ cm.

Il faut ensuite ramener les sollicitations au centre de gravité des aciers tendus :

- A l'ELU :
 - o $N_{uG0} = N_u = 0,555 MN$
 - o $e_A = e_0 + (d - \frac{h}{2}) = 0,414 + (0,32 - \frac{0,35}{2}) = 0,559 m$ avec

$$e_0 = \frac{M_u}{N_u} = \frac{0,230}{0,555} = 0,414 m$$
 - o $M_{uA} = 0,555 \times 0,559 = 0,310 MN.m$
- A l'ELS :
 - o $N_{sG0} = N_{ser} = 0,422 MN$
 - o $e_A = e_0 + (d - \frac{h}{2}) = 0,334 + (0,32 - \frac{0,35}{2}) = 0,479 m$ avec

$$e_0 = \frac{M_{sG0}}{N_{sG0}} = \frac{0,141}{0,422} = 0,334 m$$
 - o $M_{sA} = 0,422 \times 0,479 = 0,202 MN.m$

Vérification si section partiellement comprimée

On calcul le moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{Mu}{bd^2F_{bu}} = \frac{0,310}{0,50 \times 0,32^2 \times 14,17} = 0,427$$

Puis on calcul μ_{BC} :

$$\mu_{BC} = 0,8 \frac{h}{d} (1 - 0,4 \frac{h}{d}) = 0,8 \frac{0,35}{0,32} (1 - 0,4 \frac{0,35}{0,32}) = 0,492$$

On est donc bien en section partiellement comprimée.

Dimensionnement des armatures en flexion simple

On est en fissuration peu préjudiciable, on fait donc un dimensionnement à l'E.L.U.

- Hauteur utile : $d=0,32m$
- Moment réduit : $\mu_{bu} = 0,427$

Pour vérifier la présence ou non d'aciers comprimés, il est nécessaire de calculer la valeur de μ_{lim} qui est fonction de f_{c28} , θ et γ .

Cette valeur peut être déterminée à partir des tables ou des formules approchées si $F_{c28} \leq 30$ Mpa.

Dans notre cas (acier Fe500), on peut utiliser la formule :

$$10^4 \mu_{lim} = 3220 \times \theta \times \gamma + 51 \frac{F_{c28}}{\theta} - 3100 \text{ avec } \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$$

On a donc :

$$\gamma = \frac{0,310}{0,202} = 1,53 \Rightarrow \mu_{lim} = 0,310$$

On a donc $\mu_{bu} > \mu_{lim} \Rightarrow$ présence d'aciers comprimés.

Calcul des aciers tendus (section A1)

- Le calcul des aciers tendus doit être mené avec un moment correspond à μ_{lim} :
- $\mu_{lim} = \frac{M_{lim}}{bd^2 F_{bu}} \Rightarrow M_{lim} = \mu_{lim} bd^2 F_{bu} = 0,310 \times 0,50 \times 0,32^2 \times 14,17 = 0,225 MN.m$
- Calcul de α_{lim} : $\alpha_{lim} = 1,25 \left[1 - \sqrt{(1 - 2 \times 0,310)} \right] = 0,479$
- Calcul du bras de levier z_b : $z_b = d(1 - 0,4\alpha) = 0,32(1 - 0,4 \times 0,479) = 0,259m$
- Calcul de la section d'armatures : $A_1 = \frac{M_{lim}}{z_b F_{ed}} = \frac{0,225}{0,259 \times 434,78} = 19,98 cm^2$

Calcul des aciers comprimés (section A')

- Calcul de l'allongement des aciers comprimés :

$$\epsilon_{sc} = \frac{3,5}{1000 \times \alpha_{lu} \times d} (\alpha_{lu} d - d') = \frac{3,5}{1000 \times 0,479 \times 0,32} (0,479 \times 0,32 - 0,03) = 0,0028$$
- On est dans le cas $\epsilon_{sc} > \frac{F_{ed}}{E} = \frac{434,78}{200000} = 0,00217$
- On prend donc $\sigma_{sc} = F_{ed} = 434,78 Mpa$
- Calcul des aciers comprimés :

$$A' = \frac{M_u - M_{ul}}{(d - d') \sigma_{sc}} = \frac{0,310 - 0,225}{(0,32 - 0,03) \times 434,78} = 6,74 cm^2$$

- Calcul des aciers A2 pour équilibrer A' :
 - o $A_2 = A' \frac{\sigma_{sc}}{\sigma_e} = 6,74 \frac{434,78}{434,78} = 6,74 \text{ cm}^2$
- Section totale à mettre en œuvre
 - o $A = A1 + A2 = 26,72 \text{ cm}^2$ en partie inférieure (aciers tendus)
 - o $A' = 6,74 \text{ cm}^2$ en partie supérieure (aciers comprimés)

Armatures en flexion composée

En flexion composée, on a donc :

- $A' = 6,74 \text{ cm}^2$
- $A = A - N/F_{ed} = 26,72 \cdot 10^{-4} - 0,555/434,78 = 13,95 \text{ cm}^2$

On met en place :

- 5HA14 = 7,70 cm² en aciers comprimés (aciers en face supérieure du linteau)
- 5HA20 = 15,70 cm² en aciers tendus (aciers en face inférieure du linteau).

Vérification du pourcentage minimum en flexion composée

- $A_{\min} = 0,23 \frac{F_{t28}}{F_e} b_0 d \frac{e - 0,45d}{e - 0,185d}$
- $A_{\min} = 0,23 \frac{2,1}{500} 0,50 \times 0,32 \frac{0,334 - 0,45 \times 0,32}{0,334 - 0,185 \times 0,32} = 1,07 \text{ cm}^2$

12.6.4.3. Calcul des armatures transversales

On fait un calcul classique en considérant l'effort tranchant repris par le linteau haut.

Deux remarques concernant ce dimensionnement :

- On ne prend pas en compte de réduction d'effort tranchant.
- Lors du calcul du coefficient k de reprise de bétonnage, il faut bien tenir compte du fait que le linteau est sollicité en flexion composée.

Vérification de la contrainte tangente conventionnelle

En fissuration peu préjudiciable, on a : $\overline{\tau_u} = \text{MIN} \left\{ 0,2 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} = 0,2 \frac{25}{1,5} = 3,33, 5 \text{ MPa} \right\} = 3,33 \text{ MPa}$

La contrainte vaut $\tau_u = \frac{V_{u1}}{b_0 \cdot d} = \frac{0,518}{0,50 \times 0,32} = 3,24 \text{ MPa}$

On a bien $\tau_u < \overline{\tau_u}$

Calcul des armatures

On utilise la formule $\frac{A_t}{s_t} \geq \frac{\gamma_s \cdot b_0 \cdot [\tau_u - 0,3 \cdot k \cdot f_{tj}]}{0,9 \cdot f_e}$

En flexion composée avec compression, on a $k = 1 + 3 \cdot N_u / (B \cdot f_{cj})$, ce qui nous donne

$$k = 1 + 3 \frac{0,555}{0,50 \times 0,35 \times 25} = 1,38$$

On a donc : $\frac{A_t}{s_t} \geq \frac{1,15 \times 0,50 \cdot [3,24 - 0,3 \times 1,38 \times 2,1]}{0,9 \times 500} = 30,30 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

Le diamètre des aciers transversaux doit satisfaire :

$$\phi_t \leq \min \left\{ \begin{array}{l} \phi_L \\ \frac{h}{35} \\ \frac{b}{10} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 10 \\ \frac{350}{35} = 10 \\ \frac{50}{10} = 50 \end{array} \right\} = 10 \text{ mm} \Rightarrow \text{on met en place des HA10.}$$

Les espacements entre chaque cadre doivent respecter :

$$s_t \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,9d \\ 40 \text{ cm} \\ 15 \cdot \phi_{L \min} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,9 \times 32 = 28,8 \text{ cm} \\ 40 \text{ cm} \\ 15 \times 1 \end{array} \right\} = 15 \text{ cm}$$

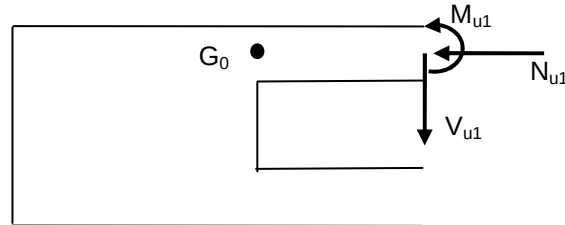
On choisit de mettre en place deux cadres et 1 étrier (voir schéma plus loin), on a donc 6HA10 en section transversale, ce qui nous donne $A_t = 4,74 \text{ cm}^2$.

On a donc $S_t \leq \frac{4,74}{30,30} = 0,1564 \text{ m} = 15,64 \text{ cm} \Rightarrow$ On choisit un espacement de 15cm.

12.6.5. Calcul des armatures du demi-linteau supérieur gauche.

12.6.5.1. Sollicitations dans la section d'encastrement

Attention, lorsque l'on ramène les efforts dans la section d'encastrement, il faut bien considérer une valeur négative de l'effort tranchant.



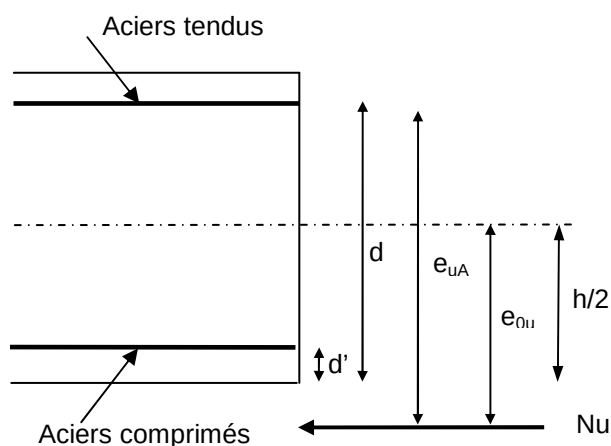
- A l'ELU :
 - o $M_{uG0} = 0,075 - 0,30 \times 0,518 = -0,08 MN.m$
 - o $V_{uG0} = V_u = -0,518 MN$
 - o $N_{uG0} = N_u = 0,555 MN$
- A l'ELS :
 - o $M_{sG0} = 0,031 - 0,30 \times 0,367 = -0,079 MN.m$
 - o $V_{sG0} = V_{ser} = -0,367 MN$
 - o $N_{sG0} = N_{ser} = 0,422 MN$

12.6.5.2. Calcul des armatures longitudinales

ATTENTION, pour le linteau haut de gauche, les aciers tendus sont en fibre supérieure.

On prend une hauteur utile de $d=35-3=32$ cm.

Il faut ensuite ramener les sollicitations au centre de gravité des aciers tendus, en suivant le schéma suivant :



- A l'ELU :
 - o $N_{uG0} = N_u = 0,555MN$
 - o $e_{uA} = |e_0| + \frac{h}{2} - (h - d) = |e_0| + (d - \frac{h}{2}) = 0,145 + (0,32 - \frac{0,35}{2}) = 0,29m$ avec

$$e_0 = \frac{M_u}{N_u} = \frac{-0,08}{0,555} = -0,145m$$
 - o $M_{uA} = 0,555 \times 0,29 = 0,161MN.m$
- A l'ELS :
 - o $N_{sG0} = N_{ser} = 0,422MN$
 - o $e_A = e_0 + (d - \frac{h}{2}) = 0,187 + (0,32 - \frac{0,35}{2}) = 0,332m$ avec

$$e_0 = \frac{M_{sG0}}{N_{sG0}} = \frac{0,079}{0,422} = -0,187m$$
 - o $M_{sA} = 0,422 \times 0,187 = 0,079MN.m$

Vérification si section partiellement comprimée

On calcul le moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{Mu}{bd^2F_{bu}} = \frac{0,161}{0,50 \times 0,32^2 \times 14,17} = 0,222$$

Puis on calcul μ_{BC} :

$$\mu_{BC} = 0,8 \frac{h}{d} (1 - 0,4 \frac{h}{d}) = 0,8 \frac{0,35}{0,32} (1 - 0,4 \frac{0,35}{0,32}) = 0,492$$

On est donc bien en section partiellement comprimée.

Dimensionnement des armatures en flexion simple

On est en fissuration peu préjudiciable, on fait donc un dimensionnement à l'E.L.U.

- Hauteur utile : $d=0,32m$
- Moment réduit : $\mu_{bu} = 0,222$

Pour vérifier la présence ou non d'aciers comprimés, il est nécessaire de calculer la valeur de μ_{lim} qui est fonction de f_{c28} , θ et γ .

Cette valeur peut être déterminée à partir des tables ou des formules approchées si $F_{c28} \leq 30$ Mpa.

Dans notre cas (acier Fe500), on peut utiliser la formule :

$$10^4 \mu_{lim} = 3220 \times \theta \times \gamma + 51 \frac{F_{c28}}{\theta} - 3100 \text{ avec } \gamma = \frac{Mu}{M_{ser}}$$

On a donc :

$$\gamma = \frac{0,310}{0,202} = 1,53 \Rightarrow \mu_{lim} = 0,310$$

On a donc $\mu_{bu} < \mu_{lim} \Rightarrow$ pas d'aciers comprimés.

Calcul des aciers en flexion simple

- Moment réduit : $\mu_{bu} = 0,222$
- Calcul de α_{lim} : $\alpha = 1,25 \left[1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,222} \right] = 0,318$
- Calcul du bras de levier z_b : $z_b = d(1 - 0,4\alpha) = 0,32(1 - 0,4 \times 0,318) = 0,279m$
- Calcul de la section d'armatures : $A = \frac{M_u}{z_b F_{ed}} = \frac{0,161}{0,279 \times 434,78} = 13,27cm^2$

Armatures en flexion composée

En flexion composée, on a donc :

- $A' = 0$
- $A = A - N/F_{ed} = 13,27 \cdot 10^{-4} - 0,555/434,78 = 0,50 cm^2$

Vérification du pourcentage minimum en flexion composée

- $A_{min} = 0,23 \frac{F_{t28}}{F_e} b_0 d \frac{e - 0,45d}{e - 0,185d}$
- $A_{min} = 0,23 \frac{2,1}{500} 0,50 \times 0,32 \frac{0,332 - 0,45 \times 0,32}{0,332 - 0,185 \times 0,32} = 1,06cm^2$

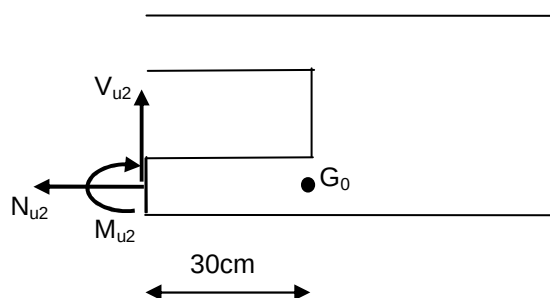
D'un point de vue théorique, il suffirait de mettre en place 2HA10 (qui nous donne 1,57 cm²) en partie supérieure du linteau gauche.

Pour des raisons de facilité de mise en œuvre, on prolongera les aciers supérieurs du linteau droit sur toute la longueur du linteau haut (soit 5HA14).

12.6.6. Calcul des armatures du demi-linteau inférieur droit.

12.6.6.1. Sollicitations dans la section d'encastrement

Les calculs précédents nous ont donné les valeurs d'efforts suivantes :



Il faut ramener ces efforts à la section d'encastrement du linteau, notée G_0 dans le schéma ci-contre.

Les efforts calculés dans le linteau inférieur sont :

- A l'ELU :
 - o $N_{u2} = F_s = -F_{bc} = -0,555MN$ (traction)
 - o $M_{u2} = 0,042MN.m$
 - o $V_{u2} = 0,189MN$
- A l'ELS :
 - o $N_{s2} = -0,422MN$ (traction)
 - o $M_{s2} = 0,032MN.m$
 - o $V_{s2} = 0,134MN$

En considérant qu'il n'y a pas de charges directement appliquées sur le linteau, on a les efforts suivants au droit de l'encastrement :

- $M_{G0} = M_{u2} + 0,30.V_{u2}$
- $V_{G0} = V_{u2}$
- $N_{G0} = N_{u2}$

Ce qui nous donne :

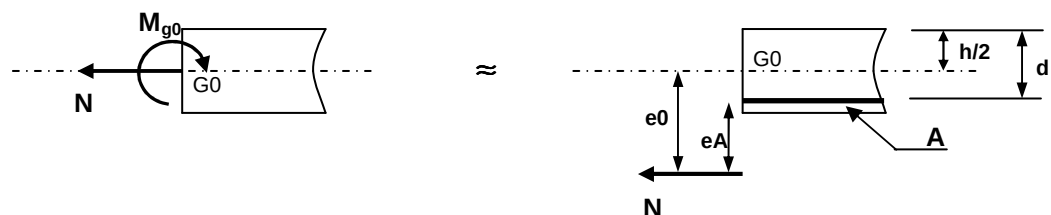
- A l'ELU :
 - o $M_{uG0} = 0,042 + 0,30 \times 0,189 = 0,099MN.m$
 - o $V_{uG0} = V_u = 0,189MN$
 - o $N_{uG0} = N_u = -0,555MN$
- A l'ELS :
 - o $M_{sG0} = 0,032 + 0,30 \times 0,134 = 0,072MN.m$
 - o $V_{sG0} = V_{ser} = 0,134MN$
 - o $N_{sG0} = N_{ser} = -0,422MN$

12.6.6.2. Calcul des armatures longitudinales

Les armatures longitudinales sont déterminées en flexion composée avec traction.

On prend une hauteur utile de $d=25-5= 20$ cm (du fait des aciers inférieurs de la travée).

Il faut ensuite ramener les sollicitations au centre de gravité des aciers tendus :



- A l'ELU :

- o $N_{uG0} = N_u = -0,555MN$

- o $e_A = |e_0| - (d - \frac{h}{2}) = 0,178 - (0,20 - \frac{0,25}{2}) = 0,103m$ avec

$$e_0 = \frac{M_{uG0}}{N_u} = \frac{0,099}{-0,555} = -0,178m$$

- o $M_{uA} = 0,555 \times 0,103 = 0,057MN.m$

- A l'ELS :

- o $N_{sG0} = N_{ser} = -0,422MN$

- o $e_A = |e_0| - (d - \frac{h}{2}) = 0,171 - (0,20 - \frac{0,25}{2}) = 0,096m$ avec

$$e_0 = \frac{M_{sG0}}{N_{sG0}} = \frac{0,072}{-0,422} = -0,171m$$

- o $M_{sA} = 0,422 \times 0,096 = 0,041MN.m$

Vérification si section entièrement tendue

On calcul l'excentricité à l'ELU, on a : $e_0 = \frac{M_{uG0}}{N_u} = \frac{0,099}{-0,555} = -0,178m$

On vérifie que $e_{0u} > d - \frac{h}{2} = 0,20 - \frac{0,25}{2} = 0,075m$

On est donc en section partiellement tendue car l'effort normal est en dehors des armatures.

Dimensionnement des armatures en flexion simple

On est en fissuration peu préjudiciable, on fait donc un dimensionnement à l'E.L.U.

- Hauteur utile : $d=0,20m$
- Moment réduit : $\mu_{bu} = 0,201$

Pour vérifier la présence ou non d'aciers comprimés, il est nécessaire de calculer la valeur de μ_{lim} qui est fonction de f_{c28} , θ et γ .

Cette valeur peut être déterminée à partir des tables ou des formules approchées si $F_{c28} \leq 30$ Mpa.

Dans notre cas (acier Fe500), on peut utiliser la formule :

- $10^4 \mu_{lim} = 3220 \times \theta \times \gamma + 51 \frac{F_{c28}}{\theta} - 3100$ avec $\gamma = \frac{Mu}{Mser}$

On a donc :

- $\gamma = \frac{0,057}{0,041} = 1,39 \Rightarrow \mu_{lim} = 0,265$

On a donc $\mu_{bu} < \mu_{lim} \Rightarrow$ pas d'aciers comprimés.

Calcul des aciers en flexion simple

- Moment réduit : $\mu_{bu} = 0,201$
- Calcul de α_{im} : $\alpha = 1,25 \left[1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,201} \right] = 0,283$
- Calcul du bras de levier z_b : $z_b = d(1 - 0,4\alpha) = 0,20(1 - 0,4 \times 0,283) = 0,177m$
- Calcul de la section d'armatures : $A = \frac{M_u}{z_b F_{ed}} = \frac{0,057}{0,177 \times 434,78} = 7,41cm^2$

Armatures en flexion composée

En flexion composée, on a donc :

- $A' = 0$
- $A = A - N/F_{ed} = 7,41.10^{-4} - (-0,555)/434,78 = 20,17 cm^2$

On peut mettre en place 3HA25 + 2HA20 = 21,01cm² (en partie inférieure).

Vérification du pourcentage minimum en flexion composée

- $A_{min} = 0,23 \frac{F_{t28}}{F_e} b_0 d \frac{e - 0,45d}{e - 0,185d}$
- $A_{min} = 0,23 \frac{2,1}{500} 0,50 \times 0,20 \frac{-0,171 - 0,45 \times 0,20}{-0,171 - 0,185 \times 0,20} = 1,21cm^2$

12.6.6.3. Calcul des armatures transversales

On fait un calcul classique en considérant l'effort tranchant repris par le linteau bas.

Deux remarques concernant ce dimensionnement :

- On ne prend pas en compte de réduction d'effort tranchant.
- Lors du calcul du coefficient k de reprise de bétonnage, il faut bien tenir compte du fait que le linteau est sollicité en flexion composée.

Vérification de la contrainte tangente conventionnelle

En fissuration peu préjudiciable, on a : $\overline{\tau_u} = \text{MIN} \left\{ 0,2 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} = 0,2 \frac{25}{1,5} = 3,33, 5MPa \right\} = 3,33MPa$

La contrainte vaut $\tau_u = \frac{V_{u1}}{b_0 \cdot d} = \frac{0,189}{0,50 \times 0,20} = 1,89MPa$

On a bien $\tau_u < \overline{\tau_u}$

Calcul des armatures

On utilise la formule $\frac{A_t}{s_t} \geq \frac{\gamma_s \cdot b_0 \cdot [\tau_u - 0,3 \cdot k \cdot f_{tj}]}{0,9 \cdot f_e}$

En flexion composée avec compression, on a $k = 1 - 10 \cdot |N_u| / (B \cdot f_{cj})$, ce qui nous donne $k = 1 - 10 \cdot \frac{0,555}{0,50 \times 0,25 \times 25} = -0,78$.

On remarque que l'on trouve une valeur négative de k qui va majorer les sections transversales du fait de l'effort normal de traction qui tend à « ouvrir » les bielles tendues.

On a donc : $\frac{A_t}{s_t} \geq \frac{1,15 \times 0,50 \cdot [1,89 - 0,3 \times -0,78 \times 2,1]}{0,9 \times 500} = 30,43 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

Le diamètre des aciers transversaux doit satisfaire :

$$\phi_t \leq \min \left\{ \begin{array}{l} \phi_L \\ \frac{h}{35} \\ \frac{b}{10} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 20 \\ \frac{250}{35} = 7,1 \\ \frac{500}{10} = 50 \end{array} \right\} = 7,1 \text{ mm}$$

Les espacements entre chaque cadre doivent respecter :

$$s_t \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,9d \\ 40 \text{ cm} \\ 15 \cdot \phi_{L \min} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,9 \times 20 = 18 \text{ cm} \\ 40 \text{ cm} \\ - \end{array} \right\} = 18 \text{ cm}$$

Si on choisit de mettre en place deux cadres et 1 étrier (voir schéma plus loin) en diamètre de 6, on a donc 6HA6 en section transversale, ce qui nous donne $A_t = 1,70 \text{ cm}^2$.

On a donc $S_t \leq \frac{1,70}{30,43} = 0,056 \text{ m} = 5,60 \text{ cm} \Rightarrow$ On a des cadres qui sont trop rapprochés.

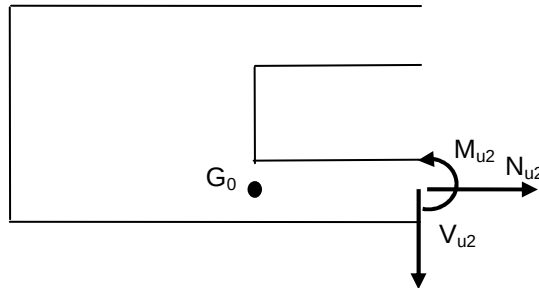
Malgré la limitation que nous avons vu un peu plus haut (diamètre inférieur à 7,1mm) on peut décider de mettre en place des HA8. Dans ce cas, on a 6HA8 = 3,02 cm², ce qui nous donne :

$$S_t \leq \frac{3,02}{30,43} = 0,099 \text{ m} = 9,9 \text{ cm}$$

12.6.7. Calcul des armatures du demi-linteau inférieur gauche.

12.6.7.1. Sollicitations dans la section d'encastrement

Les calculs précédents nous ont donné les valeurs d'efforts suivantes :



Il faut ramener ces efforts à la section d'encastrement du linteau, notée G_0 dans le schéma ci-contre.

Les efforts calculés dans le linteau inférieur sont :

- A l'ELU :
 - o $N_{u2} = -0,555MN$ (traction)
 - o $M_{u2} = 0,042MN.m$
 - o $V_{u2} = 0,189MN$
- A l'ELS :
 - o $N_{s2} = -0,422MN$ (traction)
 - o $M_{s2} = 0,032MN.m$
 - o $V_{s2} = 0,134MN$

En considérant qu'il n'y a pas de charges directement appliquées sur le linteau, on a les efforts suivants au droit de l'encastrement :

- $M_{G0} = M_{u2} - 0,30.V_{u2}$
- $V_{G0} = V_{u2}$
- $N_{G0} = N_{u2}$

Ce qui nous donne :

- A l'ELU :
 - o $M_{uG0} = 0,042 - 0,30 \times 0,189 = -0,015MN.m$
 - o $V_{uG0} = V_u = 0,189MN$
 - o $N_{uG0} = N_u = -0,555MN$
- A l'ELS :
 - o $M_{sG0} = 0,032 - 0,30 \times 0,134 = 0,008MN.m$
 - o $V_{sG0} = V_{ser} = 0,134MN$
 - o $N_{sG0} = N_{ser} = -0,422MN$

12.6.7.2. Calcul des armatures longitudinales

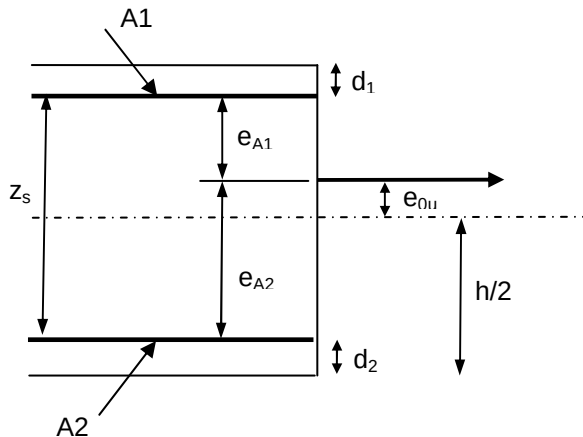
Les armatures longitudinales sont déterminées en flexion composée avec traction.

On prend une hauteur utile de $d=25-5=20$ cm (du fait des aciers inférieurs de la travée).

On calcule l'excentricité à l'ELU, on a : $e_0 = \frac{M_{uG0}}{N_u} = \frac{-0,015}{-0,555} = 0,027m$

On vérifie que $e_{0u} < d - \frac{h}{2} = 0,20 - \frac{0,25}{2} = 0,075m$

On est donc dans le cas d'une section entièrement tendue avec le schéma suivant (du fait que l'excentricité est positive) :



Calcul des excentricités.

Le calcul des excentricités nous donne :

- $e_{A1} = \frac{h}{2} - d_1 - |e_{0u}| = 0,125 - 0,05 - 0,027 = 0,048m$
- $e_{A2} = \frac{h}{2} - d_2 + |e_{0u}| = 0,125 - 0,05 + 0,027 = 0,102m$

Calcul des armatures

Pour la nappe supérieure :

$$A_1 = \frac{N_u \times e_{A2}}{(e_{A1} + e_{A2}) \times F_{ed}} = \frac{0,555 \times 0,102}{(0,048 + 0,102) \times 434,78} = 8,68 \cdot 10^{-4} m^2 = 8,68 cm^2$$

Pour la nappe inférieure :

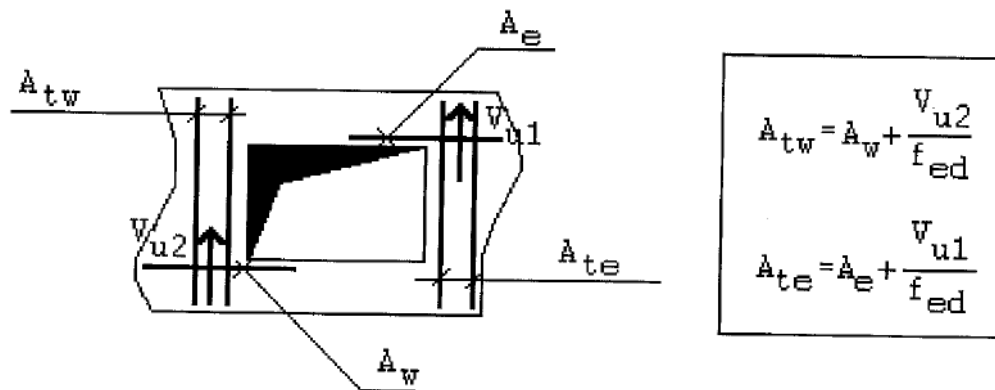
$$A_2 = \frac{N_u \times e_{A1}}{(e_{A1} + e_{A2}) \times F_{ed}} = \frac{0,555 \times 0,048}{(0,048 + 0,102) \times 434,78} = 4,08 \cdot 10^{-4} m^2 = 4,08 cm^2$$

On peut mettre en place :

- 5HA16 = 10,05cm² en aciers supérieurs.
- On prolonge les aciers inférieurs du linteau gauche pour plus de facilité de ferrailage, quitte à avoir un linteau inférieur gauche surdimensionné.

12.6.8. Renforts latéraux

Comme nous l'avons vu précédemment, il faut mettre des cadres de part et d'autre de l'ouverture de façon à satisfaire les conditions suivantes :



Côté gauche de l'ouverture

- $A_w = 8,68 \text{ cm}^2 \Rightarrow$ on prend la section théorique obtenue lors du calcul du linteau inférieur gauche.
- $V_{u2} = 0,189 \text{ MN}$
- $A_{tw} = 8,68 \cdot 10^{-4} + \frac{0,189}{434,78} = 13,03 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 13,03 \text{ cm}^2$

En considérant deux cadres et 1 étrier (voir schéma ci-dessous) en HA10, on a donc 6HA10 en section transversale, ce qui nous donne $A_t = 4,74 \text{ cm}^2$.

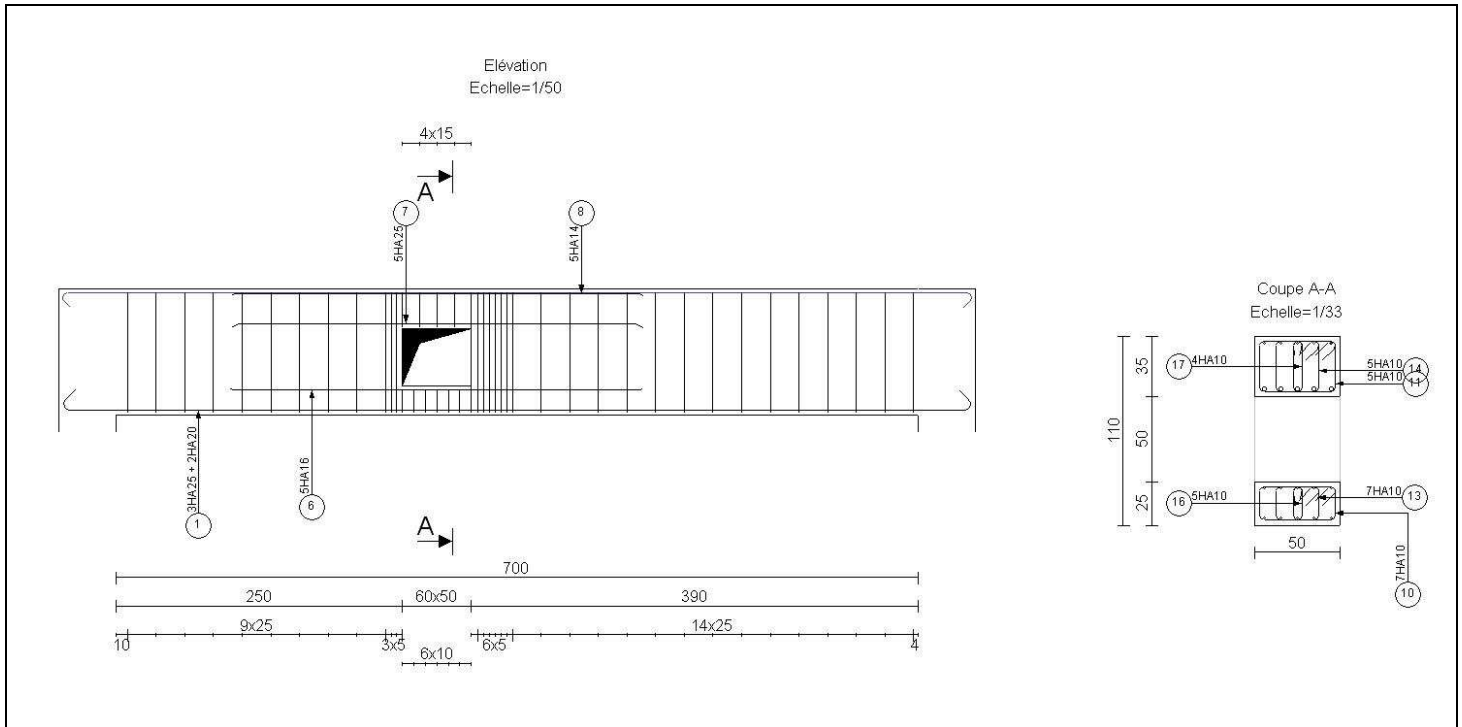
Il faut donc placer $n = \frac{13,03}{4,74} = 2,75$, soit 3 cadres espacés de 5cm.

Côté droit de l'ouverture

- $A_e = 15,70 \text{ cm}^2 \Rightarrow$ on prend la section théorique obtenue lors du calcul du linteau supérieur droit.
- $V_{u1} = 0,518 \text{ MN}$
- $A_{te} = 15,70 \cdot 10^{-4} + \frac{0,518}{434,78} = 27,61 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 27,61 \text{ cm}^2$

En considérant deux cadres et 1 étrier (voir schéma ci-dessous) en HA10, on a donc 6HA10 en section transversale, ce qui nous donne $A_t = 4,74 \text{ cm}^2$.

Il faut donc placer $n = \frac{27,61}{4,74} = 5,82$, soit 6 cadres espacés de 5cm.

12.6.9. Plan de ferrailage

12.7. Vérifications au droit des appuis

En plus du dimensionnement des aciers longitudinaux et des aciers transversaux, il y a des vérifications locales à faire au droit des appuis de la poutre :

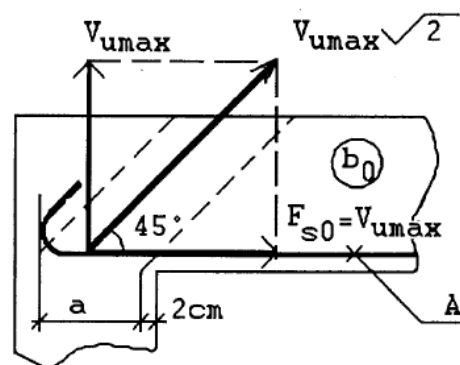
- Au niveau des appuis de rive.
- Au niveau des appuis intermédiaire d'une poutre continue.

12.7.1. Appui simple d'about

Au niveau des appuis simples de rive, il convient de faire deux vérifications :

- Vérification de la bielle de béton comprimée qui transmet les charges aux appuis.
- Vérification de l'armature longitudinale inférieure qui doit reprendre un effort de traction du au fonctionnement en poutre-treillis de la poutre.

Le fonctionnement d'un appui simple d'about se traduit par le schéma suivant :



12.7.1.1. Vérification de la bielle de béton

Pour vérifier la compression sur la bielle de béton, on doit considérer l'effort tranchant maximum, à l'ELU, sans réduction de l'effort tranchant due à une éventuelle transmission des charges à l'appui.

D'après le schéma précédent, on en déduit :

- La surface de la bielle comprimée est de $b_0 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}$
- L'effort de compression dans la bielle vaut $V_{u \max} \cdot \sqrt{2}$

Le terme $\sqrt{2}$ vient du fait que l'on considère la bielle inclinée à 45° .

On estime donc la contrainte de compression dans la bielle :
$$\sigma_{bc} = \frac{V_{u \max} \cdot \sqrt{2}}{b_0 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{2 \cdot V_{u \max}}{b_0 \cdot a}.$$

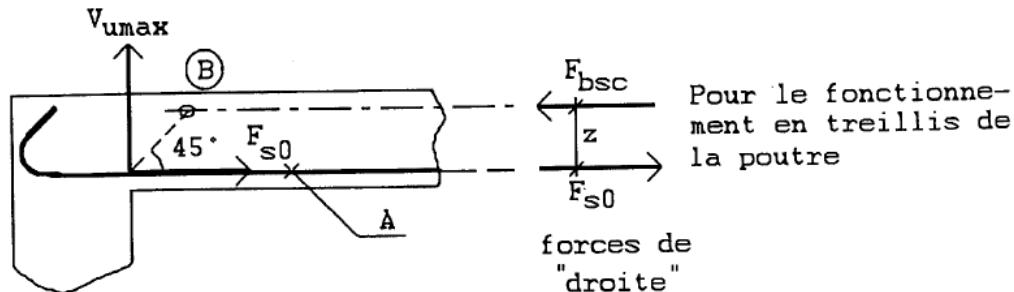
Cette contrainte doit vérifier :
$$\sigma_{bc} \leq 0,8 \cdot \frac{f_{cj}}{\gamma_b}.$$

Le coefficient 0,8 est un coefficient de sécurité qui tient compte du fait que l'angle d'inclinaison de la bielle peut être différent de 45° .

Si cette vérification n'est pas satisfaite, il faut augmenter la largeur de la poutre ou la largeur de l'appui de façon à augmenter la surface de la bielle de compression.

12.7.1.2. Vérification des aciers longitudinaux inférieurs.

Les aciers inférieurs, du fait du fonctionnement en poutre-treillis vis-à-vis de l'effort tranchant, les armatures longitudinales inférieures doivent être capables de reprendre un effort de traction égal à l'effort tranchant max.



L'équilibre des moments par rapport à B nous donne (en considérant une bielle inclinée à 45°) :

$$\bullet \quad V_{u \max} \cdot z - F_{s0} \cdot z = 0 \Rightarrow F_{s0} = V_{u \max}$$

La section d'armature pour reprendre un effort de traction $V_{u \max}$ vaut

$$A = \frac{V_{u \max}}{\frac{Fe}{\gamma_s}}$$

La section d'armatures longitudinales inférieures sur appui doit donc être au moins égale à cette valeur et ancrée sur appuis.

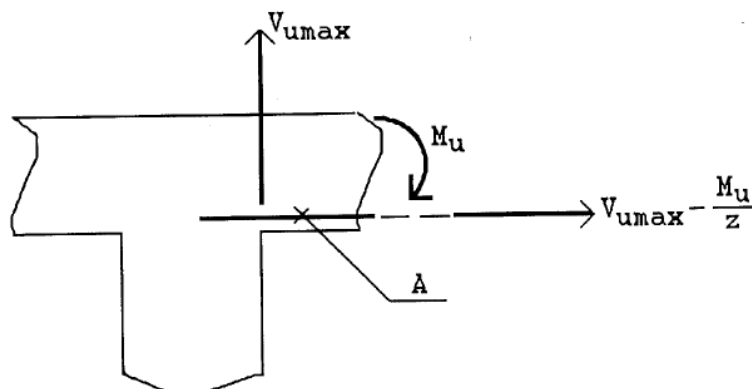
12.7.2. Appui intermédiaire

12.7.2.1. Vérification des aciers longitudinaux inférieurs.

Les vérifications que l'on vient de voir dans le cas d'un appui simple sont également à faire dans le cas d'un appui intermédiaire.

La seule différence vient du fait que l'on a un moment sur appui, du fait de la continuité de la poutre.

On a donc le schéma suivant :



Les aciers inférieurs sur appuis doivent pouvoir reprendre un effort de traction qui vaut :

$$F_s = V_{u \max} - \frac{M_u}{z} \quad (\text{Mu étant pris en valeur absolue}).$$

Ce qui nous donne une armature égale à
$$A = \frac{V_{u \max} - \frac{M_u}{z}}{\frac{F_e}{\gamma_s}}$$

On peut pour valeur approchée du bras de levier $z = 0,9d$.

On voit donc que dans le cas d'un moment sur appui assez important, on peut avoir une valeur négative de A, ce qui signifie qu'il n'y a pas besoin d'ancrer les armatures inférieures sur appui intermédiaire.

Cependant, il est de bonne construction de prévoir une armature inférieure sur appui (croisement des barres par exemple) même si A est négative.

12.7.2.2. Vérification des bielles de béton

Les bielles de béton doivent vérifier, de part et d'autre de l'appui, la contrainte suivante :

$$\frac{2.V_{u \max}}{b_0.a} \leq 0,8. \frac{f_{cj}}{\gamma_b}$$

De plus, la contrainte moyenne de compression sur l'aire d'appui, calculée sous la réaction d'appui ultime R_u , ne doit pas dépasser la valeur suivante :

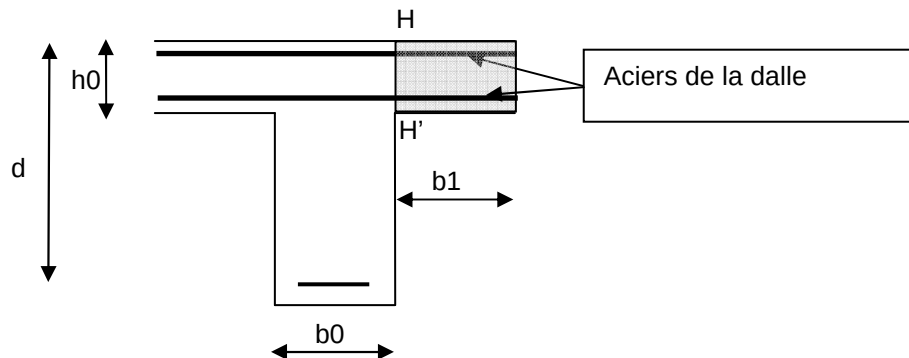
$$\sigma_{bc} = \frac{R_u}{a.b_0} \leq 1,3. \frac{f_{cj}}{\gamma_b} \quad (a \text{ étant la largeur de l'appui}).$$

12.8. Liaison table – nervure.

Dans le cas d'une section en T, la jonction entre la table de compression et l'âme de la poutre doit être vérifiée au cisaillement et comporter des armatures appelées « armatures de couture ».

12.8.1. Vérification du béton.

La contrainte de cisaillement provient d'une variation de l'effort normal sur la zone comprimée, qui est composée de l'âme et de la table de compression et se produit dans le plan HH' repéré ci-dessous :



Cette contrainte de cisaillement est définie par la formule : $\tau_u = \frac{V_u}{z \cdot h_0} \cdot \frac{b_1}{b}$

Cette contrainte doit être inférieure aux contraintes limites de cisaillement :

- Fissuration peu préjudiciable :

$$\overline{\tau_u} = \text{MIN} \left\{ 0,2 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 5\text{MPa} \right\}$$

- Fissuration préjudiciable ou très préjudiciable

$$\overline{\tau_u} = \text{MIN} \left\{ 0,15 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 4\text{MPa} \right\}$$

Dans le cas où les armatures sont inclinées à 45° par rapport à la fibre moyenne de la poutre, la contrainte limite $\overline{\tau_u}$ est égale aux valeurs suivantes :

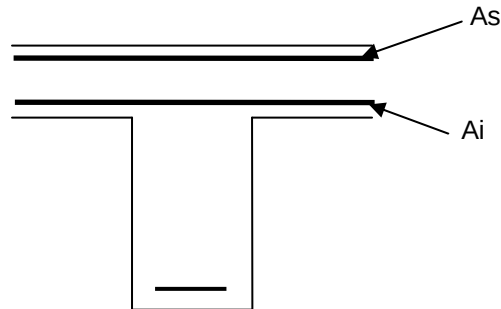
$$\overline{\tau_u} = \text{MIN} \left\{ 0,27 \cdot \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 7\text{MPa} \right\}$$

12.8.2. Calcul des armatures de couture.

Les armatures de couture sont des armatures de cisaillement et donc calculées par mètre linéaire le long de la poutre.

Dans le calcul de la section théorique, on prend en compte les aciers éventuels de la dalle pour ne rajouter que les aciers manquants, si nécessaires.

La quantité totale d'armature se calcule à partir de la formule suivante :



$$\frac{A_s + A_i}{s_t} \geq \frac{\gamma_s}{F_e} \cdot \frac{V_u}{z} \cdot \frac{b_1}{b} \quad (\text{avec } z = 0,9d)$$

Avec :

- b : largeur totale de la poutre (âme + table de compression).
- b_1 : largeur de la table de compression :

Ces armatures de coutures sont à placer le long de la poutre, dans les zones où la table est comprimée. Au niveau des appuis, le moment s'inverse et la table est tendue (donc non prise en compte dans les calculs), dans ce cas, on ne placera pas d'aciers de couture.

Par conséquent, on ne met pas en place d'aciers de couture proche des appuis, car le moment de flexion s'inverse et la table se retrouve en zone tendue.