

Problèmes BAEL : Poutres

(Corrigé)

Problème 01:

Une poutre porteuse isostatique appuyée sur deux appuis simples est soumise à une charge uniformément répartie dont $G= 24\,000\text{N/m}$ et $Q= 14\,000\text{N/m}$
On donne :

- Béton : $f_{c28}=20\text{ MPa}$
 - Acier longitudinal : FeE400 ; Acier transversal : FeE235
 - Fissuration préjudiciable
 - Enrobage des aciers inférieurs : 4 cm
 - Enrobage des aciers supérieurs : 2.5 cm
 - Portée libre de la poutre : 6m ; Section de la poutre : (25x55).
 - Avec reprise de bétonnage.
1. Calculer les charges unitaires (q_u et q_{ser}) et les sollicitations appliquées sur la poutre à l'E.L.U et à l'E.L.S. (M_u , M_{ser} , V_u)
 2. Déterminer les sections d'armatures longitudinales en travée à l'E.L.U et à l'E.L.S sachant que :
 $M_u = 180\text{ KN.m}$; $M_{ser} = 172\text{ KN.m}$
 3. Vérifier la contrainte tangentielle et calculer les espacements puis faites la répartition des armatures transversales sachant que : $V_u = 135\text{ KN}$

Réponse Problème 1 :

1. Charges unitaires :

$$q_u = 1.35G + 1.5Q = 1.35(24000) + 1.5(14000) = \underline{53400\text{N/m}}$$

$$q_{ser} = G + Q = 24000 + 14000 = \underline{38000\text{ N/m}}$$

E.L.U:

$$M_u = q_u l^2 / 8 = 53400(6)^2 / 8 = \underline{240300\text{N.m}}$$

A l'E.L.U:

$$V_u = q_u l / 2 = 53400 \times 6 / 2 = \underline{160200\text{N}}$$

A l'E.L.S:

$$M_{ser} = q_{ser} l^2 / 8 = 38000 \times 6^2 / 8 = \underline{171000\text{N.m}}$$

2. Les armatures principales :

A l'E.L.U

$$M_u = 0.180\text{ MN.m}$$

$$\mu_u = 0.244 < \mu_l = 0.392$$

$$\mu_u < \mu_l \Rightarrow \text{aciers tendus}$$

$$\alpha = 0.355$$

$$Z = 0.437\text{m}$$

$$A_{st} = 11.84 \text{ cm}^2$$

$$A_{min} \geq 0.23 f_{t28} / f_c b d$$

$$A_{min} \geq 1.32 \text{ cm}^2$$

$A_{st} > A_{min}$ donc on adopte A_{st}

A l'E.L.S

$$\sigma_{bc} = 0.6 x f_{c28} = 12 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \inf (2/3 f_c ; 110 \sqrt{\eta f_{t28}}) = \inf (266.67 ; 186.67) = 186.67 \text{ MPa}$$

$$\alpha = (15 \times 12) / (15 \times 12 + 186.67) = 0.491$$

$$y_1 = 0.25$$

$$Z = 0.426\text{m}$$

$$M_{rsb} = \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc} Z = 0.160 \text{ MN.m}$$

$$\sigma_{sc} = 162 \text{ MPa}$$

$$A_{sc} = 1.53 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = 21.44 \text{ cm}^2$$

Etat déterminant: E.L.S

- $A_{sc} = 1.53 \text{ cm}^2$ soit 2HA10+1HA8 (2.07)
- $A_{st} = 21.44 \text{ cm}^2$ soit 5HA20 + 3HA16 (21.77)

3. Répartition des armatures transversales

$$V_u = 0.135 \text{ MN}$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b.d} = 1.059 \text{ MPa}$$

fissuration préjudiciable

$$\tau_{lim} = \min (2 ; 4 \text{ Mpa}) = 2 \text{ Mpa}$$

$$\tau_u < \tau_{lim} \text{ c'est bon}$$

$$\Phi_t \leq \min(1.57 ; 8 ; 2.5)$$

$$\Phi_t \leq 0.8 \text{ cm} \text{ on prend } \Phi_t = 8 \text{ mm}$$

$$St_{max} \leq \min (0.9d ; 0.40\text{m} ; \frac{A_t \cdot f_c}{0.4 b}) = \min (0.459 ; 0.4 ; 0.472)$$

$$St_{max} \leq 0.40\text{m}$$

$$St \leq 0.1396 \text{ m}$$

$$St < St_{max} \text{ d'où } St = 13 \text{ cm}$$

Répartition des cadres sera : 6.5- 3x13-3x16-3x20-3x25-X

Problème 02:

On a à dimensionner la poutre L3, élément de la structure en B.A. d'un bâtiment à usage d'habitation, schématisée ci-après. Les planchers sont à corps creux 16 + 4.

On donne les valeurs des charges appliquées :

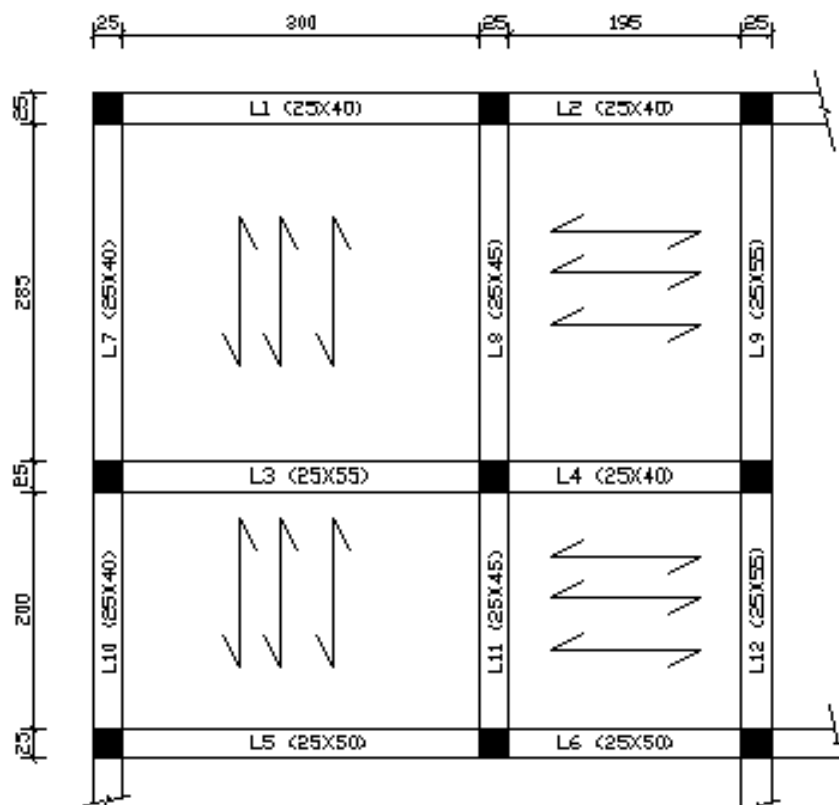
- Poids volumique du B.A. 25.000 kN/m^3 ;
- Poids surfacique des planchers : 2.850 kN/m^2 ;
- Poids surfacique des revêtements : 1.100 kN/m^2 ;
- Cloisons de distribution : 0.500 kN/m^2 ;
- Charges d'exploitations : 2.500 kN/m^2 .

Les caractéristiques mécaniques sont :

- Béton $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$;
- Acier FeE400 et FeE215 ;
- Pas de reprise de bétonnage ;
- Fissuration très préjudiciable ;
- Enrobage des aciers 4 cm .

A partir des données et du plan de coffrage, on vous demande :

1. Etablir la descente des charges et évaluer les charges linéaires appliquées à la poutre à l'ELS et à l'ELU ;
2. Déterminer les sollicitations maximales (moment fléchissant et effort tranchant) à l'ELS et à l'ELU ;
3. Déterminer le ferrailage longitudinal de la poutre, sachant : $M_u = 33.503 \text{ kNm}$ et $M_{ser} = 23.981 \text{ kNm}$;
4. Déterminer le ferrailage transversal de la poutre, sachant $V_u = 44.670 \text{ kN}$;
5. Dessiner le plan de ferrailage de la poutre et les coupes transversales en travée et à l'appui.



Réponse Problème 2 :

1. Descente des charges et charges linéaires appliquées à la poutre :

- Charges permanentes : (G)

$$\begin{aligned}\text{Poids propre de la poutre : } & 0.25 \times 0.55 \times 25.000 & = 3.4375 \text{ kN/m} \\ \text{Poids des planchers : } & (2.85 + 2.00)/2 \times 2.850 & = 6.9113 \text{ kN/m} \\ \text{Poids revêtement et cloisons : } & [0.25 + (2.85 + 2.00)/2] \times 1.600 & = 4.2800 \text{ kN/m} \\ \text{Charges permanentes : } & & \underline{\underline{G = 14.6288 \text{ kN/m}}}\end{aligned}$$

- Charges d'exploitation : (Q)

$$[0.25 + (2.85 + 2.00)/2] \times 2.500 \quad \quad \quad Q = 6.6875 \text{ kN/m}$$

- Charges linéaires appliquées à la poutre :

$$\begin{aligned}\text{A l'E.L.S. } P_{\text{ser}} &= G + Q = 21.3163 \text{ kN/m} \\ \text{A l'E.L.U. } P_u &= 1.35 \cdot G + 1.50 \cdot Q = 29.7801 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

2. Sollicitations maximales à l'ELS et à l'ELU :

Moments maximaux en travée : $M_{\text{ser}} = 23.9808 \text{ kNm}$; $M_u = 33.5026 \text{ kNm}$.
Effort tranchant à l'appui : $V_u = 44.6702 \text{ kN}$.

3. Ferrailage longitudinal de la poutre :

$$\begin{aligned}\text{E.L.U. : } M_u &= 33.5026 \text{ kNm} ; b = 25 \text{ cm} ; h = 55 \text{ cm} ; \text{ on estime } d = 50 \text{ cm} ; \\ f_{bu} &= 14.17 \text{ MPa} ; f_{t28} = 2.10 \text{ MPa} ; f_e = 400 \text{ MPa}.\end{aligned}$$

$$\mu_u = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = 0.0378 < 0.186 ; \text{ donc :}$$

$$\begin{aligned}f_{su} &= 348 \text{ MPa} ; \alpha_u = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) = 0.0477 ; z = (1 - 0.4\alpha_u)d = 49.0454 \text{ cm} ; \\ A_s &= 1.94 \text{ cm}^2 ; A_{\text{min}} = 1.51 \text{ cm}^2 ;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{E.L.S. : } M_{\text{ser}} &= 23.9808 \text{ kNm} ; b = 25 \text{ cm} ; h = 55 \text{ cm} ; \text{ on estime } d = 50 \text{ cm} ; \\ \bar{\sigma}_{bc} &= 15 \text{ MPa} ; \bar{\sigma}_{st} = 164.9727 \text{ MPa} \text{ (fissuration très préjudiciable)}\end{aligned}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{n \bar{\sigma}_{bc}}{n \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_{st}} = 0.5770 ; y_1 = 28.85 \text{ cm} ; z = 40.3833 \text{ cm} ;$$

$$\begin{aligned}M_{rb} &= 0.2185 \text{ MNm} > M_{\text{ser}} = 0.02398 \text{ MNm} ; \text{ donc :} \\ A_{\text{ser}} &= 3.57 \text{ cm}^2 > A_{\text{min}} ; \text{ on prend } 3\text{HA}12 + 2\text{HA}10 = 3.39 + 1.57 = 4.96 \text{ cm}^2.\end{aligned}$$

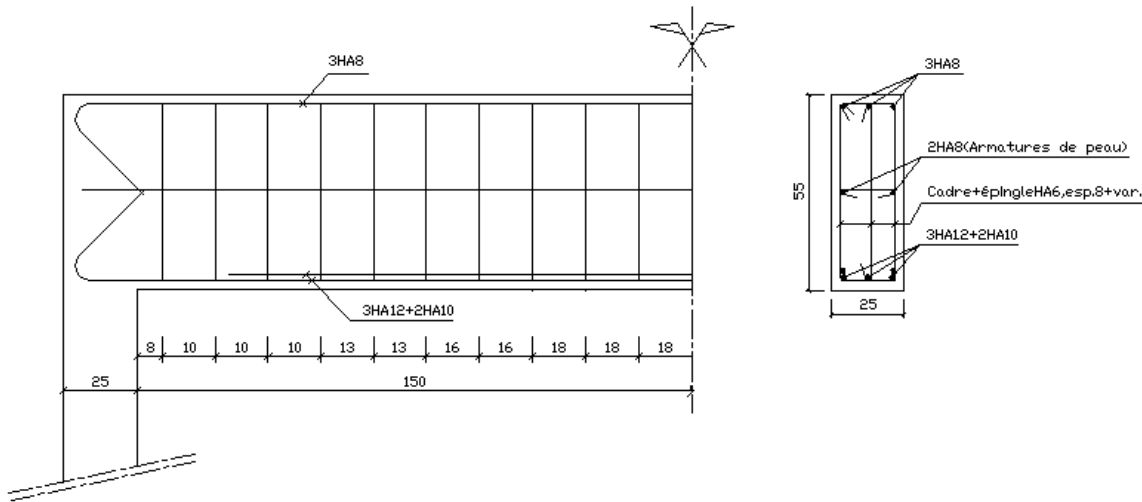
4. Ferrailage transversal de la poutre :

$$\begin{aligned}\text{E.L.U. : } V_u &= 44.6702 \text{ kN} ; b = 25 \text{ cm} ; h = 55 \text{ cm} ; \text{ on estime } d = 50 \text{ cm} ; \\ f_{c28} &= 25 \text{ MPa} ; f_e = 215 \text{ MPa} ; f_{t28} = 2.10 \text{ MPa} ;\end{aligned}$$

$$\tau_u = \frac{V_u}{b \cdot d} = 0.3574 \text{ MPa} ; \bar{\tau}_u = 2.5000 \text{ MPa} \text{ (fissuration très préjudiciable)} ;$$

On a : $\tau_u < \bar{\tau}_u$; on prend $\Phi_t = 6 \text{ mm}$; soit $A_t = 0.85 \text{ cm}^2$;
 $S_t = 16.17 \text{ cm}$; $S_{\max} = 18.28 \text{ cm} < S_t$.

5. Plan de ferrailage de la poutre et coupes transversales :



Problème 3 :

1. La figure (02) représente la vue partielle d'un plancher réalisé par une dalle pleine en béton armé de 18 cm d'épaisseur et supportée dans un seul sens par des poutres de longueur entre nus des poteaux de 6.50 m.

Le plancher supporte, en plus de son poids propre, le poids de revêtement de 50 daN/m^2 , le poids des cloisons de distribution de 100 daN/m^2 et une charge d'exploitation de 240 daN/m^2 .

On se propose de ferrailer la poutre 2 de ce plancher.

Les données techniques sont :

- Section de la poutre : $25 \times 60 \text{ cm}^2$;
 - Résistance à la compression du béton : 20 MPa ;
 - Limite élastique de l'acier : 400 MPa ;
 - Enrobage des aciers : 3 cm ;
 - Fissuration préjudiciable avec reprise de bétonnage.
1. Déterminer les charges linéaires appliquées sur la poutre à l'ELU et à l'ELS ;
 2. Calculer les moments fléchissant maximaux à l'ELU et à l'ELS ;
 3. Calculer l'effort tranchant maximal à l'ELU ;
 4. Sachant que : $M_u = 188.64 \text{ kNm}$, $M_{\text{ser}} = 135.86 \text{ kN}$ et $V_u = 116.09 \text{ kN}$, déterminer les ferrailages longitudinal et transversal de la poutre ;

5. Représenter la demi-portée de la poutre et sa coupe transversale.

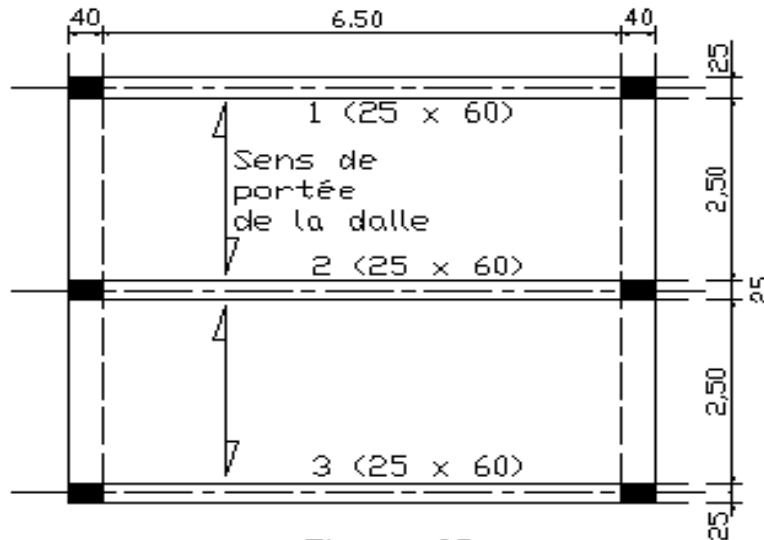


Figure 02

Réponse Problème 3 :

1. Charges linéaires appliquées sur la poutre.

Charges permanentes

- poids propre de la poutre : $0.25 \times 0.60 \times 25.00 = 3.750 \text{ kN/m}$
- poids de la dalle : $0.18 \times 2.50 \times 25.00 = 11.250 \text{ ee}$
- revêtement : $2.75 \times 50 \times 10^{-2} = 1.375 \text{ ee}$
- cloisons de distribution : $2.75 \times 100 \times 10^{-2} = 2.750$

$$g = 19.125 \text{ kN/m}$$

Charges variables

- surcharge d'exploitation : $2.75 \times 2.40 = 6.600 \text{ kN/m}$

$$q = 6.600 \text{ kN/m}$$

Charge linéaire à l'ELU : $p_u = 1.35 g + 1.50 q = 35.719 \text{ kN/m}$

Charge linéaire à l'ELS : $p_{ser} = g + q = 25.725 \text{ kN/m}$

2. Moments fléchissants max.

$$\text{à l'ELU : } M_u = \frac{35.719 \times 6.50^2}{8} = 188.640 \text{ kNm}$$

$$\text{à l'ELS : } M_{ser} = \frac{25.725 \times 6.50^2}{8} = 135.860 \text{ kNm}$$

3. Effort tranchant max à l'ELU

$$V_u = \frac{35.719 \times 6.50}{2} = 116.086 \text{ kN}$$

4. Ferraillage de la poutre

$M_u = 188.64 \text{ kNm}$; $M_{ser} = 135.86 \text{ kNm}$; $V_u = 116.09 \text{ kN}$; $b = 25 \text{ cm}$; $d = 55 \text{ cm}$

$f_{c28} = 20 \text{ MPa}$; $f_e = 400 \text{ MPa}$; $f_{t28} = 1.80 \text{ MPa}$; fissuration préjudiciable

- **ferraillage longitudinale**

à l'ELU : $f_{bu} = 11.333 \text{ MPa}$; $f_{su} = 347.83 \text{ MPa}$

$$\mu = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = 0.2201 < 0.392 \Rightarrow \text{pas d'acier comprimé}$$

$$\alpha = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0.3148$$

$$z = d(1 - 0.4\alpha) = 48.075 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_u}{z \cdot f_{su}} = 11.28 \text{ cm}^2$$

$$A_{\min} = 0.23 \frac{f_{t28}}{f_e} bd = 1.423 \text{ cm}^2$$

$$\text{à l'ELS : } \sigma_{bc} = 0.6 f_e = 12 \text{ MPa ; } \sigma_{st} = \inf. (\frac{2}{3} f_e ; 110 \sqrt{\eta \cdot f_{t28}}) = 186.6762 \text{ MPa}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{15\sigma_{bc}}{15\sigma_{bc} + \sigma_{st}} = 0.4909 \rightarrow y_1 = \bar{\alpha} \cdot d = 26.9993 \text{ cm}$$

$$z = d \left(1 - \frac{\bar{\alpha}}{3} \right) = 46.0002 \text{ cm}$$

$$M_{rb} = \frac{1}{2} \cdot b y_1 \cdot \sigma_{bc} \cdot z = 0.1863 \text{ MNm} > M_{ser}$$

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{z \cdot \sigma_{st}} = 15.82 \text{ cm}^2$$

on choisit 8 HA16 = 16.08 cm²

- **ferraillage transversal**

$$\tau_u = \frac{V_u}{b \cdot d} = 0.8446 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min \left(\frac{0.15 f_{c28}}{1.5} ; 4 \text{ MPa} \right) = 2 \text{ MPa} > \tau_u$$

$$\Phi_t \leq \min. \left(\frac{h}{35} ; \Phi_l ; \frac{b}{10} \right) = 16 \text{ mm ; on prend donc } \Phi_t = 6 \text{ mm}$$

$$s_t = \frac{0.9 A_t f_e}{\gamma_s b \tau_u} = 16.7 \text{ cm, (} A_t = 4 \text{ brins } \Phi_t)$$

$$s_{t \max} \leq \min \left(0.9d ; 40 ; \frac{A_t f_e}{0.4b} \right) = 40 \text{ cm.}$$

5. Plan de ferraillage

