

Mini-Projet Béton Précontraint



Réalisé par :

➤ **ZOKRI Mouna**

Encadré par :

➤ **Mr. ATTAJKANI Sabri**

Filière : GC3
Semestre :S5

Année universitaire :
2022-2023

Sommaire

	Introduction.....	2
I.	Définition du modèle et les paramètres du calcul	3
	1. Définition du modèle du calcul.....	3
	2. Les paramètres de calcul.....	3
II.	Dimensionnement ELS dans la <i>section médiane</i>.....	4
	1. Calcul des caractéristiques de la poutre composite	4
	2. Calcul des moments	4
	3. La force de précontrainte	5
	4. Le nombre de câbles	5
	5. La coupe transversale du câblage dans cette section avec positionnement exact des câbles.....	5
III.	Dimensionnement ELU dans la <i>section médiane</i>	6
	1. Calcul des sollicitations en C ($x=L/2$) à L'ELU	6
	2. Calcul du moment résistant ultime	6
	3. Les vérifications	7
IV.	Calcul à l'effort tranchant à l'ELU dans la section située à $h/2$ à droite de l'appui A	7
	1. Calcul de V_{red}	7
	2. Calcul du contrainte de cisaillement et la contrainte normale.....	9
	3. Calcul d'angle de fissuration	9
	4. Les vérifications à l'ELU	10
	5. Le schéma de ferrailage	10
	Conclusion.....	12

Introduction

Les constructions industrielles ou les volumes de grandes dimensions sont très courants dans les bâtiments de parcs industriels, de loisirs et de sports. Leurs fonctionnalités ainsi que leur qualité architecturale sont influencées par de nombreux facteurs à savoir le plan d'implantation, la polyvalence et la qualité souhaitée pour le bâtiment. L'acier et la précontraintes offrent de nombreuses possibilités pour un usage fonctionnel à la fois agréable et flexible.

L'idée du béton précontraint est presque aussi vieille que celle du béton armé. Son invention proprement dite remonte à 1928. C'est en effet à cette date qu'un ingénieur français, Eugène Freyssinet, dépose les brevets qui définissent à la fois le fonctionnement théorique du matériau "béton précontraint" et surtout les dispositifs technologiques à mettre en œuvre. Depuis, le béton précontraint a pris sa place dans la plupart des constructions de génie civil. Dans les ponts routiers par exemple, si les petits ouvrages restent souvent l'apanage du béton armé, le béton précontraint est utilisé dès que les longueurs des travées dépassent une quinzaine de mètres. Du côté des grandes longueurs, grâce à des technologies et des structures mécaniques spécifiques telles que les ponts à haubans, des ouvrages dont les parties ont plusieurs centaines de mètres sont réalisés. Le béton précontraint se répand aussi dans le domaine du bâtiment (tours de grande hauteur, ou encore poutrelles de plancher) et dans les grands ouvrages de génie civil tel que les plates-formes offshore ou les centrales nucléaires.

Fondamentalement, Le principe initial de la précontrainte totale est aujourd'hui complété par celui de la précontrainte partielle en autorisant certains efforts de traction. La précontrainte du béton permet de concevoir et dessiner des structures beaucoup plus fines et légères qu'en béton armé. Il s'agit d'un avantage esthétique mais aussi d'un coût direct sur la quantité de matière consommée et indirecte par exemple au niveau des fondations.

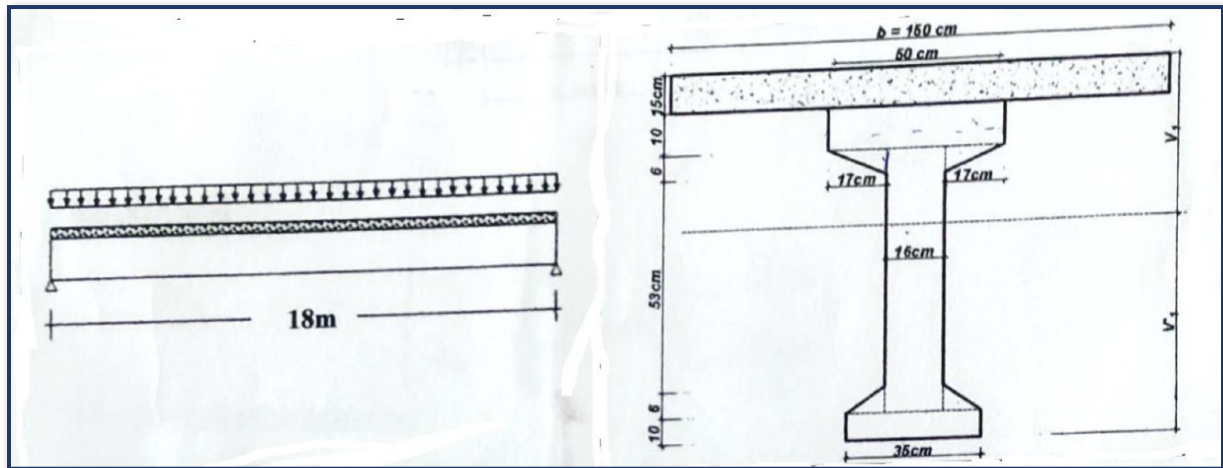
Alors dans ce projet on va faire une étude détaillée d'une poutre isostatique de section en I en béton précontraint (post-tension) de longueur égale à 18m sur laquelle est coulé un plancher, après durcissement du béton du plancher.

I. Définition du modèle et les paramètres du calcul :

1. Définition du modèle du calcul :

L'ouvrage étudié est une poutre isostatique de section en I en béton précontraint (post-tension) de longueur égale à 18m sur laquelle est coulé un plancher, après durcissement du béton du plancher, cette dernière forme avec le retombé une section monolithique en T. Soumise (en plus de son poids propre) une charge permanente égale à 3kN/m² et une surcharge d'exploitation égale à 8.2 kN/m².

La figure ci-dessous représente la poutre à dimensionner :



2. Les paramètres de calcul :

Les caractéristiques des matériaux :

- Pour le béton :
C45/55
- Pour le précontrainte :
Câble 12T15 ; Section d'un câble (1T15 : $A = 139,00 \text{ mm}^2$) ; $f_{pk} = 1814 \text{ MPa}$;
 $f_{p0,1k} = 1623 \text{ MPa}$.
 $E_p = 190 \text{ GPa}$; diamètre de la gaine = 73.9 mm ; pertes instantanées (considérés forfaitairement) = 8.5% F_0 (Tension à l'origine) ; pertes différées = 17% F_0 .
- Pour l'aciers passifs :
 $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
 $E_s = 200000 \text{ MPa}$
3HA10 à 3 cm de la fibre supérieure
3HA12 à 3 cm de la fibre inférieure
- Longueur des poutre 18m, entre axe $b = 1.5\text{m}$.

II. Dimensionnement ELS dans la section médiane :

1. Calculer les caractéristiques de la poutre composite :

➤ L'aire de la section :

$$A_c = 2 \times 0,5 \times 6 \times 9,5 + 2 \times 17 \times 6 \times 0,5 + 10 \times 50 + 10 \times 35 + 10 \times 50 + 16 \times (53 + 6 \times 2)$$

$$A_c = 2049 \text{ cm}^2$$

Alors : $A_c = 0.2049 \text{ m}^2$

➤ La distance de la fibre supérieure :

$$V_s = 39,1 \text{ cm}$$

➤ La distance de la fibre inférieure :

$$\text{On a : } V_i = h - V_s = 85 - 39,1 \rightarrow V_i = 45,9 \text{ cm}$$

➤ Le moment d'inertie (I) :

$$\text{On a : } I_{cy} = 2I_1 + 2I_2 + I_3 + I_4 \rightarrow I_{cy} = 1692893,22 \text{ cm}^4$$

➤ Le rendement de la section :

$$\text{On a : } \rho = \frac{I_{cy}}{A_c \times V_s \times V_c} \rightarrow \rho = 0,4604$$

2. Calculer les moments :

➤ Moment du a la charge d'exploitation Q :

$$\text{On a : } Q = 8,2 \times 1,5 = 12,3 \text{ KN/m}$$

$$M_Q = Q \times \frac{L^2}{8} = 498,15 \text{ KN.m}$$

$$\text{Alors : } M_Q = 0,5 \text{ MN.m}$$

➤ Moment du a la charge permanente G :

$$\text{On a : } G = 3 \times 1,5 = 4,5 \text{ KN/m}$$

$$M_G = G \times \frac{L^2}{8} = 182,25 \text{ KN.m}$$

$$\text{Alors : } M_Q = 0,2 \text{ MN.m}$$

➤ Moment du a poids propre de retombé :

$$\text{On a : } G_{ppr} = 25 \times 0,15 \times 1,5 = 5,625 \text{ KN/m}$$

$$\text{Alors : } M_{ppr} = G_{ppr} \times \frac{L^2}{8} = 227,81 \text{ KN.m}$$

➤ Moment du a poids propre :

$$\text{On a : } \left\{ \begin{array}{l} G_{pp_p} = 2,5 \times A_c = 5,1225 \text{ KN/m} \end{array} \right.$$

$$M_{pp_p} = G_{pp_p} \times \frac{L^2}{8} = 207,46 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

Donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\max} = M_Q + M_G + M_{pp_r} + M_{pp_p} \\ M_{\min} = M_G + M_{pp_r} + M_{pp_p} \end{array} \right. \rightarrow \begin{array}{l} M_{\max} = 1,135 \text{ MN} \cdot \text{m} \\ M_{\min} = 0,635 \text{ MN} \cdot \text{m} \end{array}$$

3. Calculer la force précontrainte :

On sait que : $P = \max \left(\frac{M_{\max} - M_{\min}}{\rho h} ; \frac{M_{\max}}{v' \times d + \rho h} \right)$

$$\sigma_1 = 0,6 f_{ck} = 27 \text{ MPa}$$

$$d = 1,5 D_g = 0,111 \text{ m}$$

$$\sigma^1 = \frac{\Delta M}{I_C} \times V' = 13 \text{ MPa}$$

$$P = \max(1,2777 ; 2,3495)$$

Donc : $P = 2,3495 \text{ MN}$

Condition est vérifié

4. Déterminer le nombre des câbles :

On a : $N = \frac{P}{F} + 1$

Avec : $F = F_0 - \Delta F_i - \Delta F_a$

$$F_0 = \min(0,8 f_{pk} \times A_p ; 0,9 f_{po,1k} \times A_p) = 297,35 \text{ MN} ; \text{ Avec : } A_p = 12 \times 139 = 1668 \text{ mm}^2$$

D'où : $F_0 = \min(2,42 ; 2,44) = 2,42 \text{ MN}$

$$F = (1 - 0,085 - 0,17) \times 2,4235 = 1,8029 \text{ MN}$$

Alors : $N = \frac{2,3495}{1,8029} + 1 = 2,27$

On besoin : 3 cables

5. La coupe transversale du câblage :

On a : $\rho_0 = \frac{\rho_{\max} + \rho_{\min}}{g} ; \rho_0(x) = \frac{\rho_{\max}(x) + \rho_{\min}(x)}{2}$

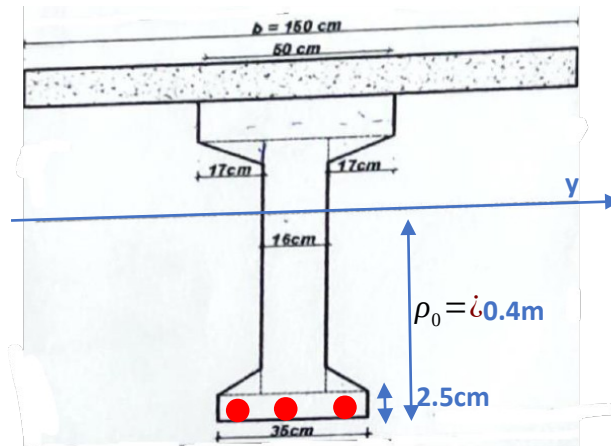
$$\rho_0\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{\rho_{\max}\left(\frac{L}{2}\right) + \rho_{\min}\left(\frac{L}{2}\right)}{2} = \rho_0(9) = \frac{\rho_{\max}(9) + \rho_{\min}(9)}{2}$$

$$\rho_{\max} = \rho v - \frac{M_{\max}}{P} \times 4x \frac{(L-x)}{L^2} ; \rho_{\min} = -\rho v' - \frac{M_{\min}}{P} \times 4x \frac{(L-x)}{L^2}$$

$$\rho_{\max}\left(\frac{L}{2}\right) = -0,31 \text{ m} ; \rho_{\min}\left(\frac{L}{2}\right) = -0,49 \text{ m}$$

Alors : $\rho_0\left(\frac{L}{2}\right) = -0,39 \text{ m}$

↑ z



La coupe transversale du câblage

III. Dimensionnement ELU dans la section médiane :

1. Calcul des sollicitations en c :

➤ Effort normal ultime :

$$\text{On a : } N_u = P_m = nF = n(1 - 0,08 - 0,17) \min(0,8 f_{pk} \times A_p; 0,9 f_{po,1k} \times A_p)$$

$$\text{D'où : } N_u = 5,4087 \text{ MN}$$

➤ Moment ultime :

$$\text{On a : } M_u = 1,35(M_G + M_{ppr} + M_{ppp}) + 1,5 M_Q$$

$$\text{D'où : } M_u = 1,607 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

2. Calcul du moment résistant ultime :

$$\text{On sait que : } N_{r,ult} = N_b' + N_s' - N_s - \Delta N_p$$

○ Calcul N_b' :

$$\text{On a : } N_b' = 0,8 \times y \times b \times f_{cd}; y = \frac{3,5 d_s}{3,5 + \epsilon_s} = \frac{3,5(0,85 - 0,03)}{3,5 + \epsilon_s} = 0,506 \text{ m}$$

$$\text{Alors : } N_b' = 6,07 \text{ MN}$$

○ Calcul N_s' :

$$d_s' = 0,03 \text{ met } A_s' = 3 \text{ HA } 10 = 2,36 \text{ cm}^2 = 2,36 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\epsilon_s' = \frac{3,5(y - d_s')}{y} = 3,29\% > 2,17$$

$$\sigma_s' = f_{yd} = 434,79 \text{ MPa}$$

$$N_s' = A_s' \times \sigma_s'$$

Alors : $N_s' = 0,103 \text{ MN}$

○ Calcul de N_s :

$$A_s = 3 \text{ HA } 12 = 3,39 \text{ cm}^2$$

$$\text{D'où : } N_s = A_s \times \sigma_s' = 0,1474 \text{ MN}$$

○ Calcul de ΔN_p :

$$\text{On a : } \Delta N_p = n \times A_p \times \Delta \sigma_p = 3 \times 139 \times 10^{-6} \times \left(\frac{1623}{1,15} - 0,18 \right)$$

$$\text{D'où : } \Delta N_p = 5,95 \text{ MN}$$

$$\text{On conclure donc : } N_{r,ult} = 0,076 \text{ MN} < N_u = 5,4 \text{ MN}$$

$N_{r,ult}$ n'est pas vérifié

○ Moment résultant ultime :

$$\text{On sait que : } M_{r,ult} = N_s' Z_1 + N_s Z_2 + N_b' Z_3$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} Z_1 = d_s - d_s' = 0,79 \text{ m} \\ Z_2 = d_s - d_p = 0,0037 \text{ m} \\ Z_3 = d_p - 0,4 y = 0,62 \text{ m} \end{cases}$$

$$M_{r,ult} = 3,85 \text{ MN} \cdot \text{m} > M_4 = 1,58 \text{ MN} \cdot \text{m} \text{ est vérifié}$$

3. Les vérifications :

$$\text{On a : } M_{utm} > M_u \rightarrow \text{La section est vérifiée à l'ELU.}$$

$$\text{Puisque : } N_u > N_{utm} \rightarrow \text{La section n'est pas vérifiée à l'effort normale.}$$

D'où : on augmente h ou b pour qu'il soit vérifié

$$\text{On pose : } h = 1,2 \text{ m et } b = 0,7 \text{ m}$$

$$\text{Donc : } N_{utm} = N_b' + N_s' - N_s - N_p$$

$$\text{Avec : } N_b' = 0,8 \times y \times b \times f_{cd}$$

$$\text{Tel que : } \begin{cases} b = 0,7 \text{ m} \\ y = \frac{3,5 \times (1,2 - 0,03)}{3,5 + \varepsilon_s} = \frac{3,5 \times d_s}{3,5 + \varepsilon_s} = 0,7222 \text{ m} \\ f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\delta_s} = \frac{45}{1,5} = 30 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{D'où : } \begin{cases} N_b' = 12,133 \text{ MN} \\ N_s' = 0,120 \text{ MN} \\ N_s = 0,1474 \text{ MN} \end{cases} \rightarrow N_{utm} = 6,05 \text{ MN}$$

$$N_p = 5.95 \text{ MN}$$

Puisque : $N_{utm} > N_u \rightarrow$ La section **est vérifié** à l'effort normal.

IV. Calcul à l'effort tranchant à l'ELU dans la section située à $h/2$ à droite de l'appui A :

1. Calcul de V_{red} :

- L'effort tranchant dû à Q :

$$\text{On a : } V_Q = Q \times \frac{L}{2}$$

$$\text{Alors : } V_Q = 0.1107 \text{ MN}$$

- L'effort tranchant dû à G :

$$\text{On a : } V_G = G \times \frac{L}{2}$$

$$\text{Alors : } V_G = 0.0405 \text{ MN}$$

- L'effort tranchant dû au poids propre de retombé :

$$\text{On a : } V_{ppr} = G_{ppr} \times \frac{L}{2}$$

$$\text{Alors : } V_{ppr} = 0.0506 \text{ MN}$$

- L'effort tranchant dû au poids propre de la poutre :

$$\text{On a : } V_{ppp} = G_{ppp} \times \frac{L}{2}$$

$$\text{Alors : } V_{ppp} = 0.0461 \text{ MN}$$

- L'effort tranchant du précontraint :

\rightarrow A la mise en tension :

$$\text{On a : } \sigma_{p0} = \left(\frac{F_A}{A_p}; 0.9 \times f_{p.r}; 0.8 \times f_{pk} \right) \rightarrow$$

$$\Delta \sigma_{p0} = 14512 \text{ MPa}$$

$$\Delta \sigma_{pi} = 0.1 \times \sigma_{p0} \rightarrow$$

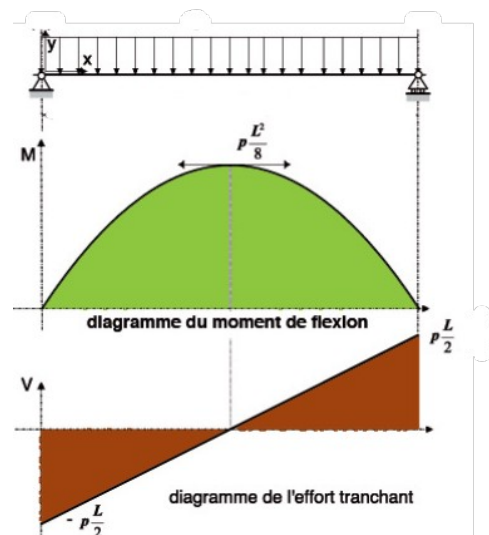
$$\Delta \sigma_{pi} = 146.07 \text{ MPa}$$

$$\text{On a : } \sigma_{p1} = \sigma_{p0} - \Delta \sigma_{pi} \rightarrow$$

$$\sigma_{p1} = 1305.13 \text{ MPa}$$

$$\text{On sait : } V_{pn} = -n \sigma_{p1} \times A_p \times \sin(\alpha_n)$$

$$\text{Alors : } V_{pn} = -0.8 \text{ MN}$$



→ A l'infini :

$$\text{On a : } \Delta \sigma_{\infty} = 0.25 \times \sigma_{p0} \rightarrow \Delta \sigma_{\infty} = 3628 \text{ MPa}$$

$$\text{Et : } \Delta \sigma_{p\infty, n} = 0.75 \times \sigma_{p0} \rightarrow \Delta \sigma_{p\infty, n} = 1088.4 \text{ MPa}$$

$$\text{On sait : } V_{pn} = -n \sigma_{p\infty, n} \times A_p \times \sin(\alpha_n)$$

$$\text{Alors : } V_{pn} = -0.6627 \text{ MN}$$

- **L'effort tranchant réduits à l'ELU :**

→ A la mise en tension :

$$\text{On a : } V_{red, n} = |1.35 \times (V_{ppr} + V_{ppp} + V_G) + V_{pn}|$$

$$\text{Donc : } V_{red, n} = 0.615 \text{ MN}$$

→ A l'infini :

$$\text{On a : } V_{red, \infty} = |1.35 \times (V_{ppr} + V_{ppp} + V_G) + V_{p\infty} + 1.5 \times V_Q|$$

$$\text{Donc : } V_{red, \infty} = 0.31 \text{ MN}$$

2. Calcul du contrainte de cisaillement et la contrainte normale

→ Calcul du contrainte de cisaillement :

$$\text{On a : } \tau_{red} = \frac{V_{red}}{b \times \tau}$$

- A la mise en tension :

$$\text{On a : } b_n = b - \emptyset \rightarrow b_n = 0.29 \text{ m}$$

$$z = \frac{2h}{3} \rightarrow z = 0.5667 \text{ m}$$

$$\text{Alors : } \tau_{red} = 3.74 \text{ MPa}$$

- A l'infini :

$$\tau_{red} = 1.88 \text{ MPa}$$

→ Calcul du contrainte normale :

$$\text{On sait que : } \sigma = \frac{N}{B_n} = \frac{\sigma_{pi, n} \times A_p \times \cos(\alpha_n)}{B_n} \quad \text{avec : } B_n = A_c - \frac{3\pi \emptyset^2}{4}$$

- A la mise en tension :

Alors : $\sigma = 8.1 \text{ MPa}$

- A l'infini :

Alors : $\sigma = 5.92 \text{ MPa}$

3. L'angle de fissuration :

$$\text{On a : } \tan(2\beta) = \frac{\tau_{red}}{\sigma_n} \rightarrow \beta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\tau_{red}}{\sigma_n}\right)$$

$$\text{D'où : } \beta = 12.5^\circ$$

$$\text{Puisque : } \beta < 30^\circ \rightarrow \text{On prend } \beta = 30^\circ$$

4. Vérification à l'ELU :

→ Calcul de $V_{Rd,max}$

$$\text{On a : } V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \times b_w \times z \times v_1 \times f_{cd}}{\cos(\theta) + \tan(\theta)}$$

$$\text{Avec : } \left\{ \begin{array}{l} \theta = \beta = 30^\circ \text{ et } f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\delta_s} = 30 \text{ MPa} \\ v_1 = 0.6 \times \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \\ b_w = 0.5 \text{ m et } z = 0.9d = 0.7143 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\alpha_{cw} = \begin{cases} 1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}} & , \text{ si : } 0 < \sigma_{cp} < 0.25 f_{cd} \rightarrow 0 < \sigma_{cp} < 7.5 \\ 1.25 & , \text{ si : } 0.25 f_{cd} < \sigma_{cp} < 0.5 f_{cd} \rightarrow 7.5 < \sigma_{cp} < 15 \\ 2.5 \left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) & , \text{ si : } 0.5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd} \rightarrow 15 < \sigma_{cp} < 30 \end{cases}$$

$$\text{Avec : } \sigma_{cp} = \frac{\sum P_j \times \cos(\alpha_j)}{A_c} \rightarrow \sigma_{cp} = 11.14 \text{ MPa}$$

$$\text{D'où : } \alpha_{cw} = 1.25$$

$$\text{On déduit : } V_{Rd,max} = 4.5653 \text{ MN}$$

$$\text{Puisque : } V_{Rd,max} > V_{Ed} \rightarrow \text{La section est bien vérifiée.}$$

5. Le schéma de ferrailage :

On a : $V_{Ed} \leq V_{Rdsy} = \frac{A_s}{S} \times z \times f_{yd} \times \cot(\theta)$

→ $\frac{A_s}{S} \geq \frac{V_{Ed}}{z \times f_{yd} \times \cot(\theta)}$ Avec : $f_{yd} = \frac{f_{ck}}{\delta_s} = \frac{500}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$

Donc : $\frac{A_s}{S} = 11.44 \text{ cm}^2/\text{ml}$

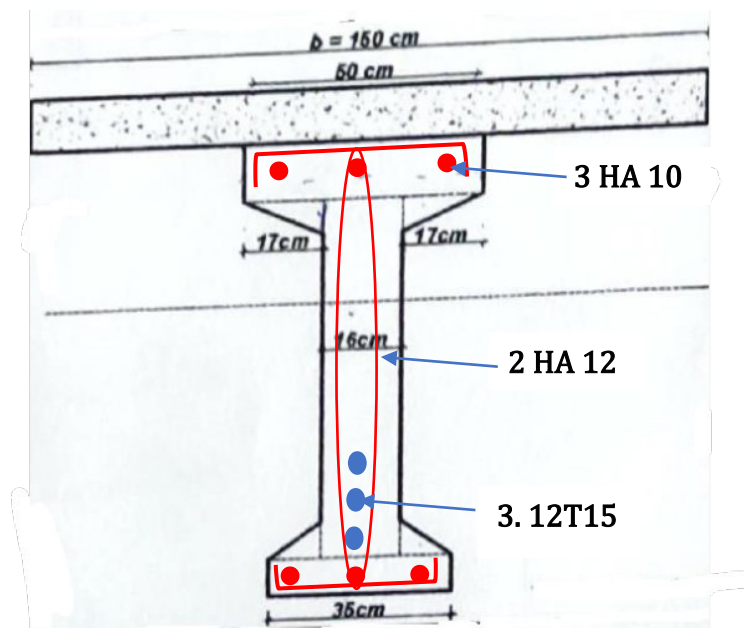
On a : $\left(\frac{A_s}{S}\right)_{\min} \geq \frac{0.08 \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \times b_w \times \sin(\alpha)$ Avec : $\alpha = 90^\circ$

Donc : $\left(\frac{A_s}{S}\right)_{\min} \geq 5.36 \text{ cm}^2/\text{ml}$

Et : $\left(\frac{A_s}{S}\right)_{\max} \leq 86.25 \text{ cm}^2/\text{ml}$

→ L'espacement :

On a : $S_{\max} \leq \text{Min}(0.75 \times d \times (1 + \cos(\alpha)); 0.4)$ → $S_{\max} \leq 0.4 \text{ m}$



Le schéma de ferrailage

Conclusion

En termes de conclusion je tiens à remercier **Mr ATTAJKANI Sabri** qui nous a enseigné le module du béton précontraint et qui nous a demandé de traiter ce problème qui est pour nous une occasion pour se familiariser plus avec le calcul du béton précontraint, et de mieux assimiler et connaître les avantages majeurs de ce dernier dans les travaux de constructions à donner comme titre d'exemple la réduction des sections du béton et aussi bien la possibilité de supporter plus de charge.