Université Akli Mohand Oulhadj – Bouira
Faculté des Sciences et Sciences Appliquées
Département de Génie Civil

Niveau : 3ème Année Licence – Génie civil
Module : Béton armé 01

Chapitre IV : Compression simple

I. Introduction et définition

Une pièce est dite soumise à une compression simple lorsque celle-ci est soumise à un effort normal de compression appliqué en son centre de gravité (Figure 1).

Le béton résistant très bien à la compression, il serait théoriquement inutile de placer des armatures. Mais, les charges transmises au poteau ne sont jamais parfaitement centrées (imperfections d'exécution, moments transmis par les poutres, dissymétrie du chargement) ce qui nous conduit à introduire des armatures longitudinales. D'autre part, le risque de flambement des armatures longitudinales nous conduit à placer des armatures transversales (cadres, étriers ou épingles).

D'un point de vue réglementaire, un poteau est soumis à une compression centrée (simple) si :

- L'excentricité de l'effort normal $\left(e = \frac{M}{N}\right)$ est petite (Figure 1),
- L'élancement est inférieur à 70 (voir ci-dessous).

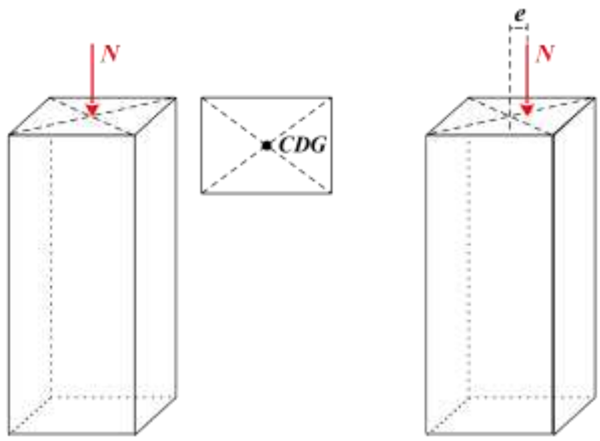


Figure 1. Définition de la compression simple

II. Notions de flambement et d'élancement

II.2. Flambement des poteaux

Le « flambage » ou « flambement » est un phénomène d'instabilité (déformation) d'une structure élastique. La notion de flambement s'applique généralement aux poteaux élancées qui, lorsqu'ils sont soumis à un effort normal de compression, ont tendance à fléchir et se déformer dans une direction perpendiculaire à l'axe de compression (passage d'un état de compression à un état de flexion).

II.2.1. Longueur de flambement des poteaux isolés

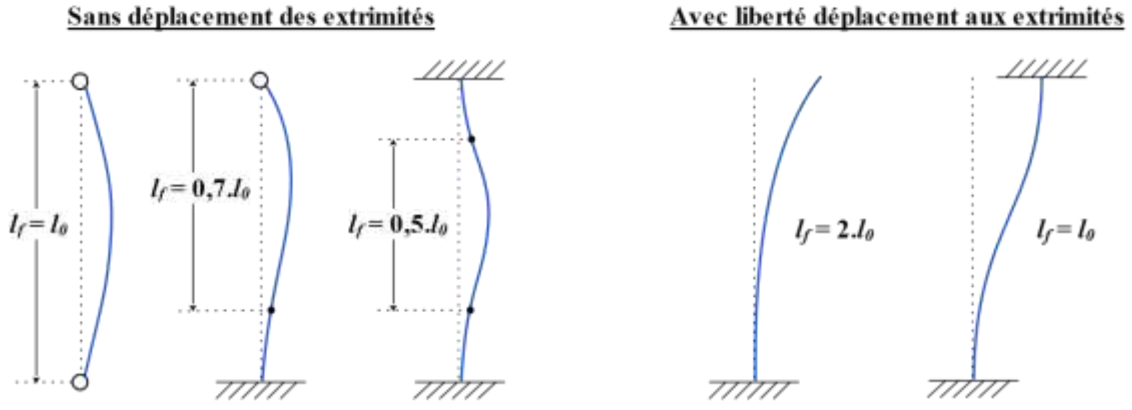


Figure 2. Longueurs de flambement des poteaux isolés

II.2.2. Longueur de flambement des poteaux d'un bâtiment

- $l_f = 0,7 \times l_0$: si, les extrémités du poteau sont encastrées dans un massif de fondation ou assemblées à des poutres de plancher ayant au moins la même raideur que lui et le traversant de part et d'autres (Figure 3) ;
- $l_f = l_0$: pour les autres cas de poteaux (poteaux d'angles, etc.) (Figure 3).

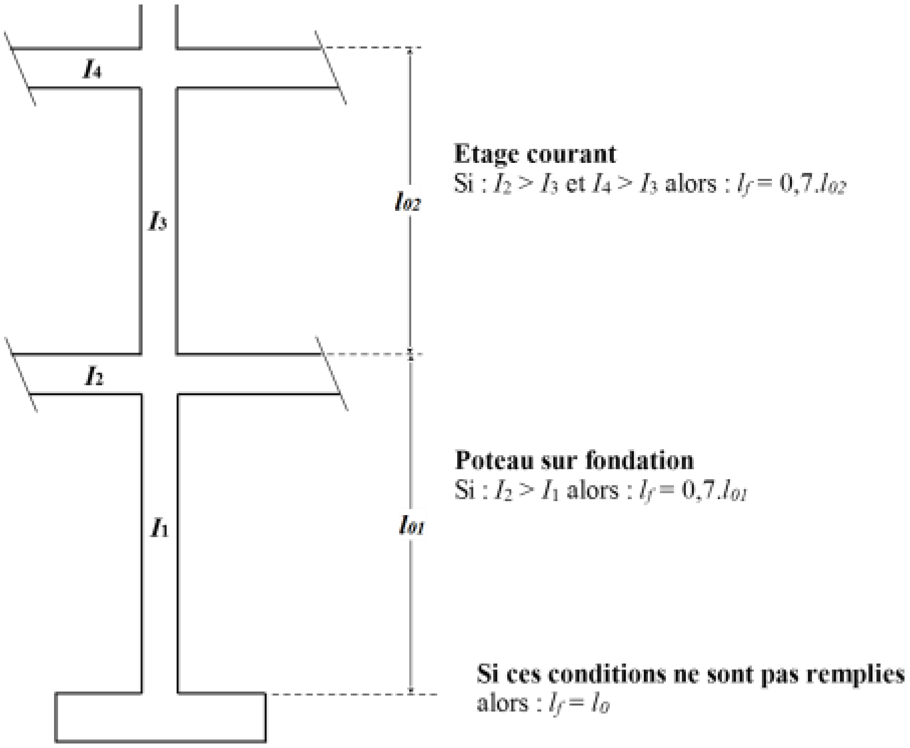


Figure 3. Longueurs de flambement des poteaux d'un bâtiment

II.2. Elancement des poteaux (λ)

II.2.1. Définition

On appelle « élancement d'un poteau (λ) » le rapport :

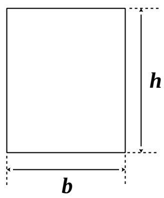
$$\lambda = \frac{l_f}{i} \quad \text{avec} \quad i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}}$$

- l_f : longueur de flambement (en m) ;
- i : rayon de giration minimal de la section considérée (en m) ;
- I : moment d'inertie par rapport au plan de flambement (en m^4) ;
- B : aire de la section droite du poteau (en m²).

II.2.2. Cas particuliers

Ci-dessous, le détail de calcul de l'élancement (λ) des sections les plus utilisées en béton armé :

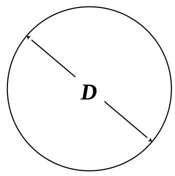
Section rectangulaire



$$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}} = \sqrt{\frac{\frac{h \times b^3}{12}}{b \times h}} = \frac{b}{\sqrt{12}}$$

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{l_f}{\frac{b}{\sqrt{12}}} \Rightarrow \lambda = 3{,}46\frac{l_f}{b}$$

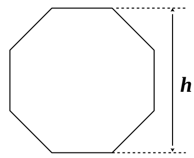
Section circulaire



$$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi \times D^4}{64}}{\frac{\pi \times D^2}{4}}} = \frac{D}{4}$$

$$\lambda = \frac{l_f}{i} = \frac{l_f}{\frac{D}{4}} \Rightarrow \lambda = 4\frac{l_f}{D}$$

Section orthogonale



$$\lambda = 3{,}89\frac{l_f}{h}$$

III. Méthode de calcul des armatures

III.1. Nécessité de ferraillage

Bien que le béton résiste bien aux efforts de compression, nous devons néanmoins prévoir :

- Des armatures longitudinales pour équilibrer d'éventuels moments de flexion qui ont été négligés ;
- Des armatures transversales pour maintenir en place les armatures longitudinales et les empêcher de flamber.

III.2. Calcul des armatures à l'ELU de résistance

Dans le cas de la compression centrée, le diagramme des déformations passe par le pivot C (ε_{bc}=ε_{sc}=2‰).

$$f_{bu} = \frac{0{,}85 \times f_{c28}}{\theta \times \gamma_b} \text{ et } f_{sc} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

D'après l'équilibre des efforts :

$$N_{\text{sollicitant}} - N_{\text{résistant}} = 0 \Rightarrow N_{ultime} - \left(N_{béton} + N_{acier}\right) = 0 \Rightarrow N_u - \left(B \times f_{bu}\right) - \left(A_s \times f_{sc}\right) = 0$$

- B : aire de la section du béton ;
- A_s : section des aciers comprimés ;
- f_{bu} : contrainte admissible du béton comprimé ;
- f_{sc} : contrainte de compression des acier.

$$\Rightarrow A_s = \frac{N_u - \left(B \times f_{bu}\right)}{f_{sc}}$$

Si $A_s \leq 0 \Longrightarrow A_s = 0$ mais on doit mettre un % minimal d'acier. En pratique, les armatures longitudinales sont calculées à l'ELU de stabilité de forme.

III.3. Calcul des armatures à l'ELU de stabilité de forme

- Si $\lambda \leq 70 \Longrightarrow$ calcul en compression simple (effets du 1er ordre) sans tenir en compte des effets du second ordre (amplification des déformations dues à l'effort normal) ;
- Si $\lambda > 70 \Longrightarrow$ calcul plus précis, tenir compte des effets du second ordre.

Comme énoncé dans le paragraphe précédent, **l'effort résistant maximal théorique ($N_{rés\text{-}th}$)** est :

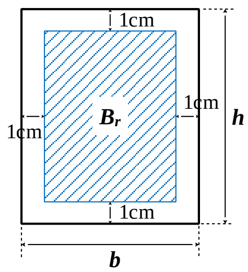
$$N_{rés-th} = (B \times f_{bu}) + (A_s \times f_{sc})$$

D'après le **BAEL**, cet effort ($N_{rés\text{-}th}$) est minoré dans les calculs de ferraillage à l'ELU de stabilité de forme en introduisant deux coefficient de réduction (α et B_r) et est appelé "**effort résistant ultime, selon le BAEL**" ($\overline{N_u}$).

$$\overline{N}_u = \alpha \left[B_r \frac{f_{c28}}{0,9.\gamma_b} + A_s \times f_{sc} \right]$$

- α : coefficient réducteur qui est fonction de l'élancement (λ). Il compense le fait de négliger les effets du second ordre. Avec :

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{0,85}{1+0,2\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2} & \text{si : } 0 < \lambda \leq 50 \\ \alpha = 0,6\left(\dfrac{50}{\lambda}\right)^2 & \text{si : } 50 < \lambda \leq 70 \end{cases}$$



- B_r : aire de la section réduite du béton obtenue en retranchant 1 cm sur tout le périmètre.
  Exemple : Pour une section rectangulaire, $Br = (b-2) \times (h-2)$
- Le coefficient "0,9" prend en compte l'augmentation de la résistance du béton entre 28 et 90 jours (10 à 20% selon la classe du ciment, la température, etc.).

<u>Remarque :</u> La formule donnant $\overline{N_u}$ (formule précédente) correspond à l'application d'au moins de la moitié des charges à plus de 90 jours. Dans le cas contraire il faut diviser α par :

- 1,1 si, au moins la moitié des charges est appliquée à moins de 90 jours ;
- 1,2 si, la majeure partie des charges est appliquée avant 28 jours. Aussi, il faut remplacer f_{c28} par f_{cj}.

Ainsi, on doit vérifier l'inégalité ci-dessous :

$$N_u \leq \overline{N}_u = \alpha \left[B_r \frac{f_{c28}}{0,9.\gamma_b} + A_s \times f_{sc} \right]$$

Finalement, et comme, à l'ELU, γ_b=1,5, la section des armatures (A_S) s'écrit :

$$A_s \geq \left(\frac{N_u}{\alpha} - B_r \frac{f_{c28}}{1,35} \right) \frac{1}{f_{sc}} = \left(\frac{N_u}{\alpha} - B_r \frac{f_{c28}}{1,35} \right) \frac{\lambda_s}{f_e} \quad \text{si } f_{sc} = \frac{f_e}{\lambda_s}$$

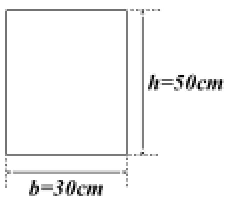
Important :

La valeur de A_S doit satisfaire la condition suivante : $A_{\min} \leq A_s \leq A_{\max}$

- $A_{\min} = \max\left[4.U\ ;\ \frac{0,10}{100}.B\right]$ et $A_{\max} = \frac{4}{100}.B$ (en cm²) ;
  - U : périmètre de la section du béton (en cm²) ;
    - $4 \times U\left(\text{en } cm^2\right) = 4\left(cm^2 / m \text{ périphérique}\right) \times U\left(\text{en } m^2\right)$
    - $U = 2\times(b+h)$ pour une section rectangulaire ($b\times h$),
    - $U = \pi \times D$ pour une section circulaire de diamètre D,
  - B : section totale du béton.
- Si $A_S > A_{max}$, on redimensionne la section du béton ;
- Si $A_S < A_{min}$, on ferraille avec A_{min}.

Exemples de calcul de A_{min} et A_{max}

Section rectangulaire



$U = 2\left(0,3+0,5\right) = 1,60m$,

$B = \left(30\times 50\right) = 1500cm^2$

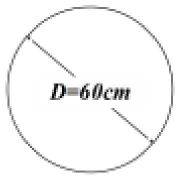
$4U = 4\left(cm^2 / m\right)\times 1,6\left(m\right) = 6,4cm^2$

$A_{\min} = \max\left[4.U\ ;\ \frac{0,10}{100}.B\right]$

$\Rightarrow A_{\min} = \max\left[6,4\ ;\ \frac{0,10}{100}.\left(1500\right)\right] = 6,4cm^2$

$A_{\max} = \frac{4}{100}.B = \frac{4}{100}.\left(1500\right) \Rightarrow A_{\max} = 60cm^2$

Section circulaire



$U = \pi D = \pi \times 0,6 = 1,884m$

$B = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times 60^2}{4} = 2827,43cm^2$

$4U = 4\times 1,884 = 7,539cm^2$

$\Rightarrow A_{\min} = \max\left[7,539\ ;\ \frac{0,10}{100}.\left(2827,43\right)\right]$

$\Rightarrow A_{\min} = 7,539cm^2$

$A_{\max} = \frac{4}{100}.\left(2827,43\right)$

$\Rightarrow A_{\max} = 113,097cm^2$

III.4. Calcul des armatures transversales

- La section des armatures $\left(\phi_t\right)$ transversales est donnée par : $\phi_t \geq \frac{\phi_l^{\max}}{3}$
- L'espacement entre les armatures $\left(S_t\right)$ est donné par :
  - $S_t \leq \min\left[15.\phi_l^{\min}\ ;\ b+10\ ;\ 40\right]\ \left(cm\right)$ en dehors de la zone de recouvrement. Dans la zone de recouvrement, il faut prévoir au minimum 3 cadres (a, le plus petit côté de la section).

III.5. Enrobage des armatures

L'enrobage e doit être au moins égale à :

- **5cm** pour les ouvrages à la mer ou exposés aux embruns ou brouillards salins, ainsi que pour les ouvrages exposés à des atmosphères très agressives, (cas de la fissuration très nuisible). Cet enrobage de 5 cm peut être réduit à 3 cm si, soit les armatures, soit le béton, sont protégés par un procédé dont l'efficacité a été démontrée.
- **3cm** pour les éléments qui sont soumises (ou sont susceptibles de l'être) à des actions agressives, à des intempéries, à la condensation ou au contact d'un liquide (cas de la fissuration nuisible). La valeur de 3 cm peut être réduite à 2 cm si le béton présente une résistance caractéristique à la compression f_{c28} supérieure à 40 MPa.
- **1cm** pour les parois situées dans des locaux couverts et clos et qui ne seraient pas exposée à la condensation.

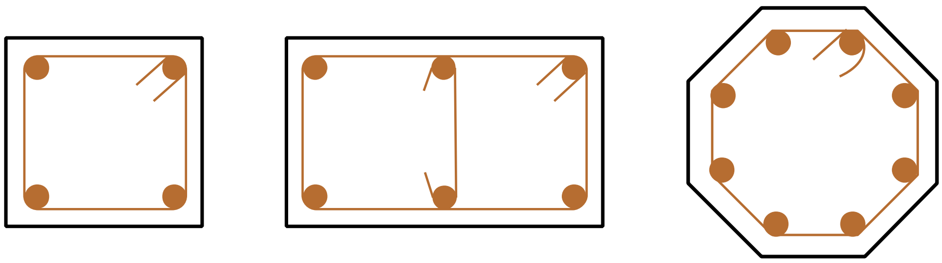
III.6. Vérification à l'ELS

A l'ELS, il faut vérifier que :

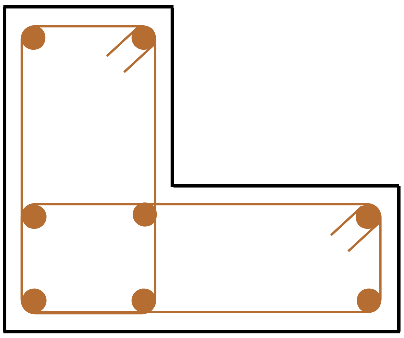
$$\sigma_{bc} = \frac{N_{ser}}{B + 15.A_S} \leq \overline{\sigma_{bc}} = 0,6.f_{c28}$$ (Cette condition est presque toujours vérifiée)

IV. Dispositions constructives

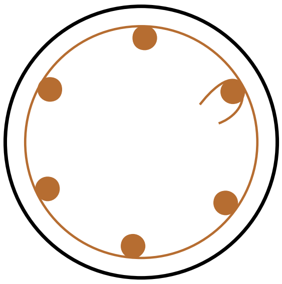
$$\phi_l^{\min} \geq 12\ (mm)$$



Une armature dans chaque angle



Deux cadres obligatoires croisés



Minimum 6 armatures