



ECOLE MAROCAINE DES  
SCIENCES DE L'INGENIEUR  
Membre de  
HONORIS UNITED UNIVERSITIES

# Cours Béton Armé aux Etats Limites (BAEL)

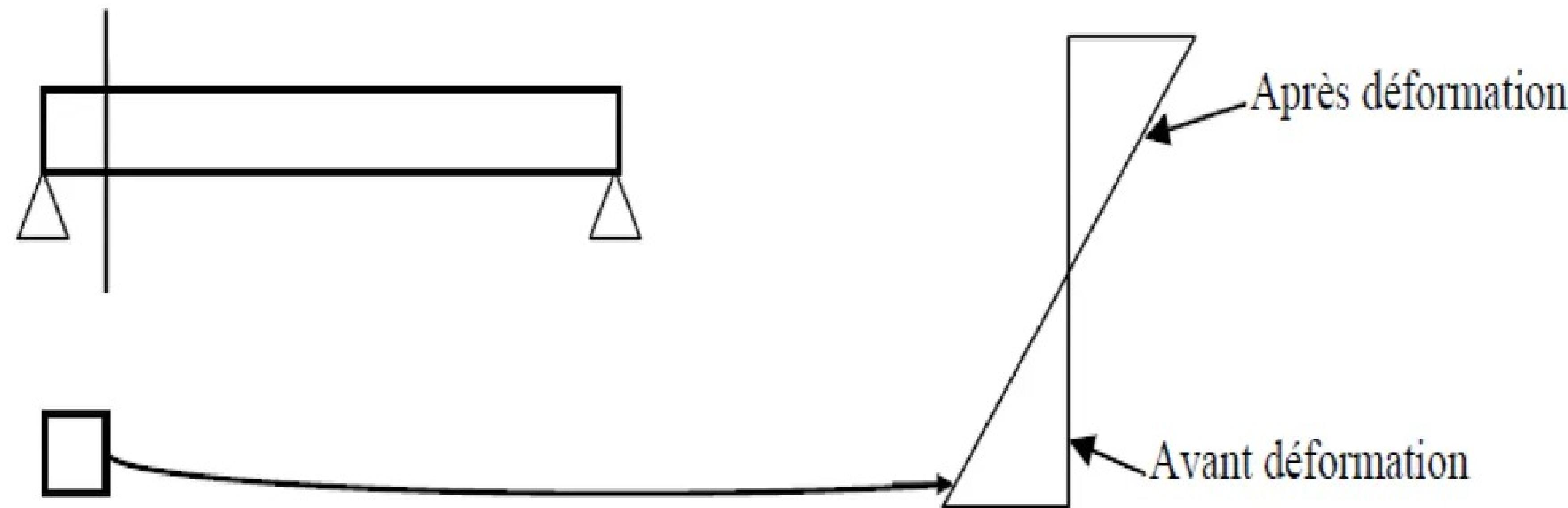
## Hypothèses de calcul

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

### Hypothèse (1) :

Toute section plane avant déformation reste plane après déformation, c'est l'hypothèse de Navier-Bernouilli, de laquelle il résulte que le diagramme de déformation est représenté par une droite et que la déformation d'une fibre est proportionnelle à sa distance à l'axe neutre.



### Hypothèse (2) :

Il n'y a pas de glissement relatif entre le béton et l'acier. *La déformation de deux matériaux est la même.*

# Hypothèses de calcul

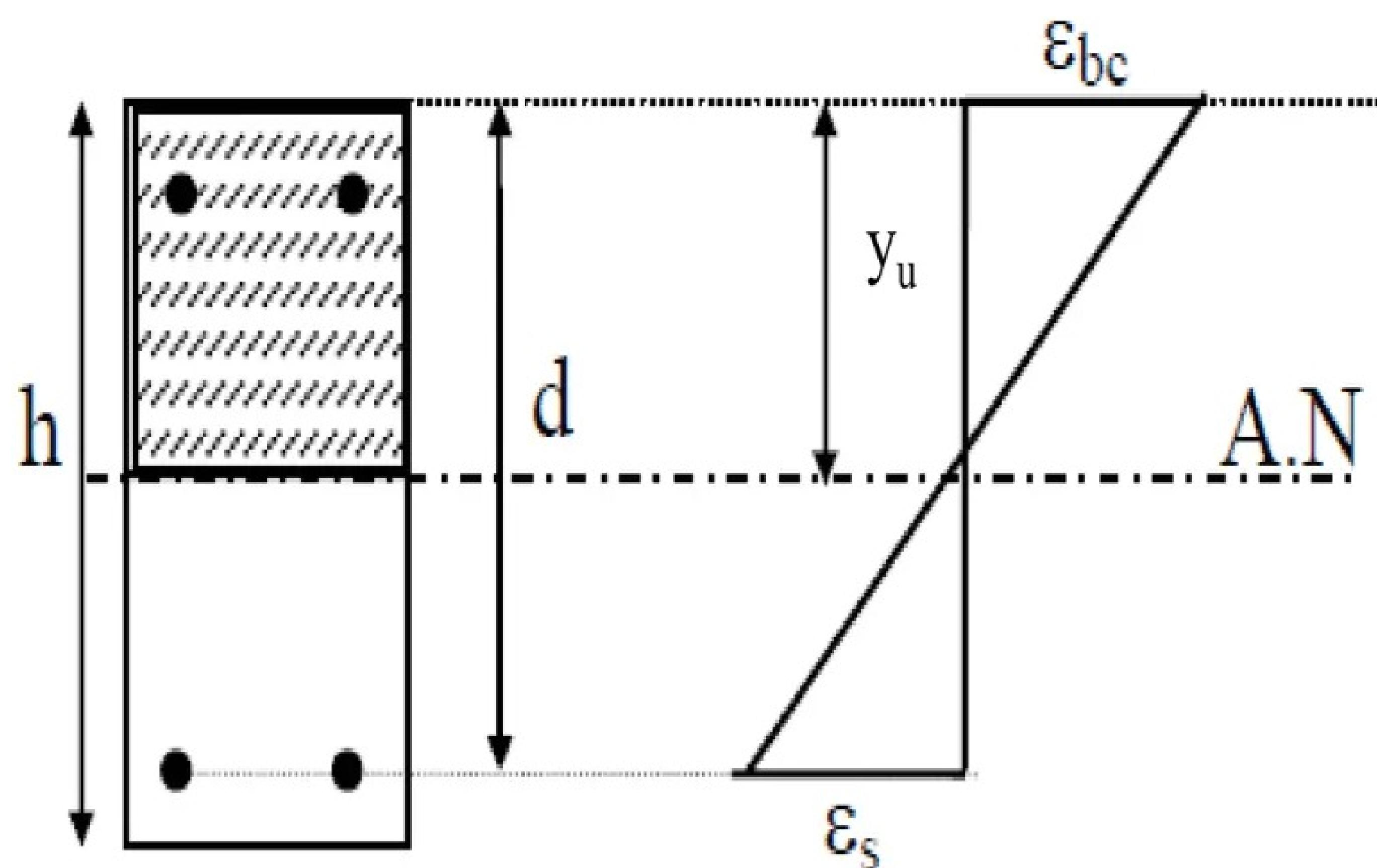
## Hypothèses à l'ELU

$\varepsilon_{bc}$  : Déformation du béton à la compression

$\varepsilon_s$  : Déformation des l'acières tendue

$y_u$  : Distance de l'axe neutre

$d$  : Distance du centre de gravité aux armatures tendues



$$\alpha = \frac{y_u}{d} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_s}$$

$$\Rightarrow \varepsilon_s = \frac{1 - \alpha}{\alpha} \varepsilon_{bc}$$

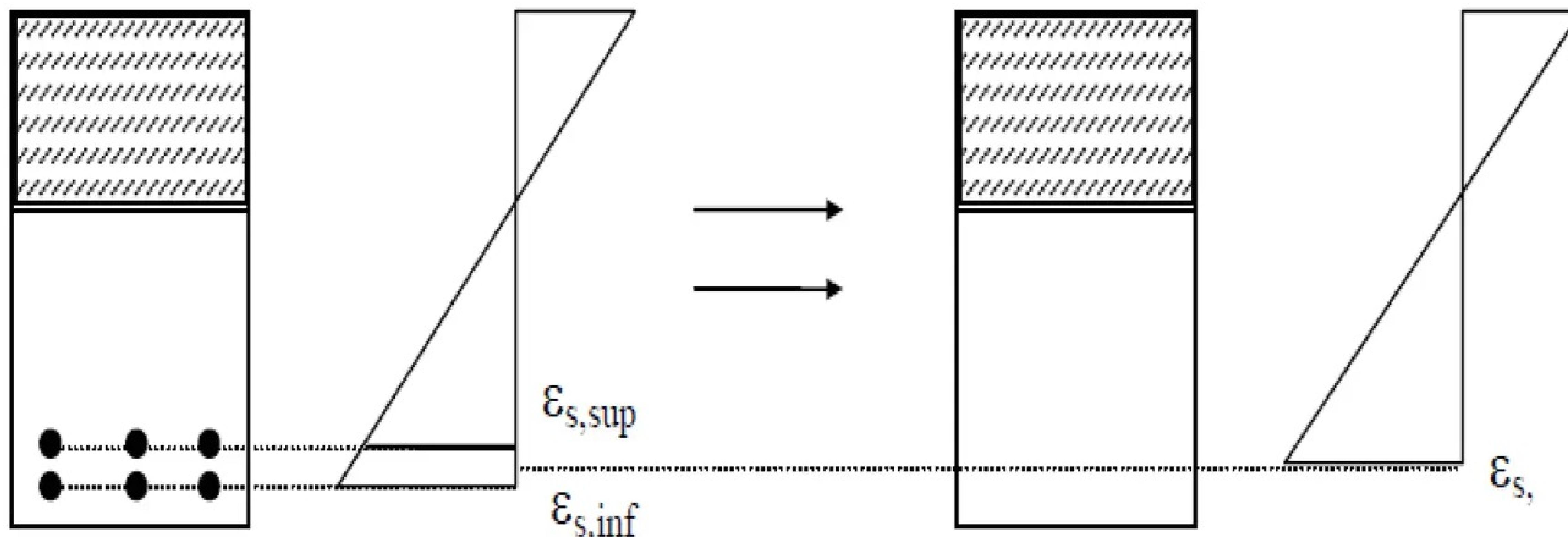
$$ou : \varepsilon_{bc} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \varepsilon_s$$

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

Hypothèse (3) : La résistance du béton tendu est négligée.

Hypothèse (4) : On suppose concentré en leur centre de gravité la section d'un groupe de plusieurs barres tendues ou comprimées, si l'erreur commise sur les déformations unitaires ne dépassent pas 15%.



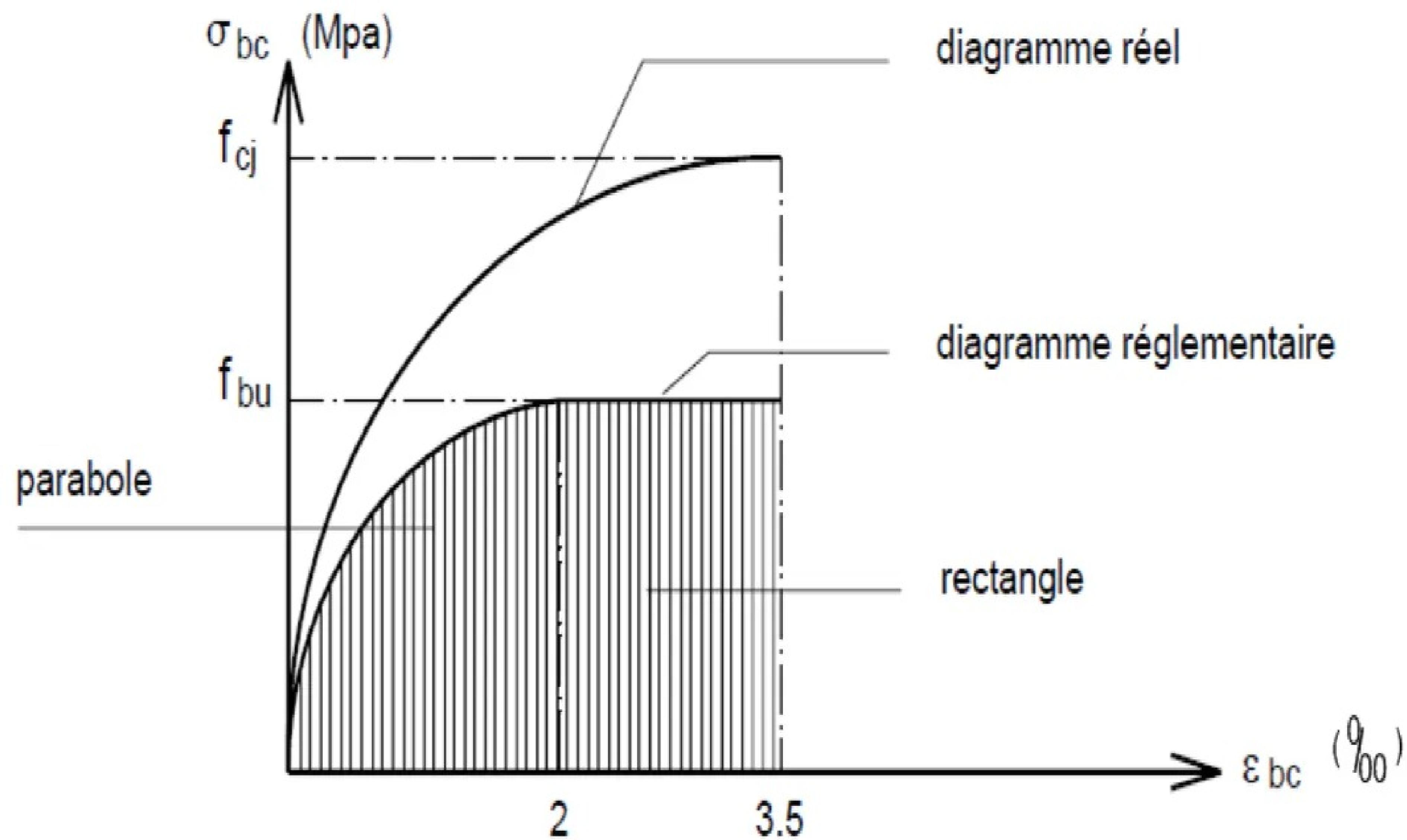
$$\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s.sup}}{\varepsilon_{s.sup}} \leq 15\%$$

$$\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{s.inf}}{\varepsilon_{s.inf}} \leq 15\%$$

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

Hypothèse (5) : C'est le diagramme déformations-contraintes qui peut être utilisé dans tous les cas.



$\sigma_{bc}$  : Contrainte de compression du béton

$f_{cj}$  : Résistance caractéristique du béton en compression à j jours

$f_{bu}$  : Résistance conventionnelle ultime à la compression

$\varepsilon_{bc}$  : Déformation du béton en compression

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

La valeur  $f_{bu}$  de la contrainte de calcul pour une déformation comprise entre 2 % et 3,5 % est :

$$f_{bu} = \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{\theta \cdot \gamma_b}$$

$\gamma_b$  : Coefficient de sécurité

$\gamma_b = 1,5$  dans le cas général

$\gamma_b = 1,15$  pour les combinaisons accidentelles

$\theta$  : Dépend de la durée d'application des charges

$\theta = 1$  lorsque la durée probable d'application des charges considérées est supérieure à 24 heures.

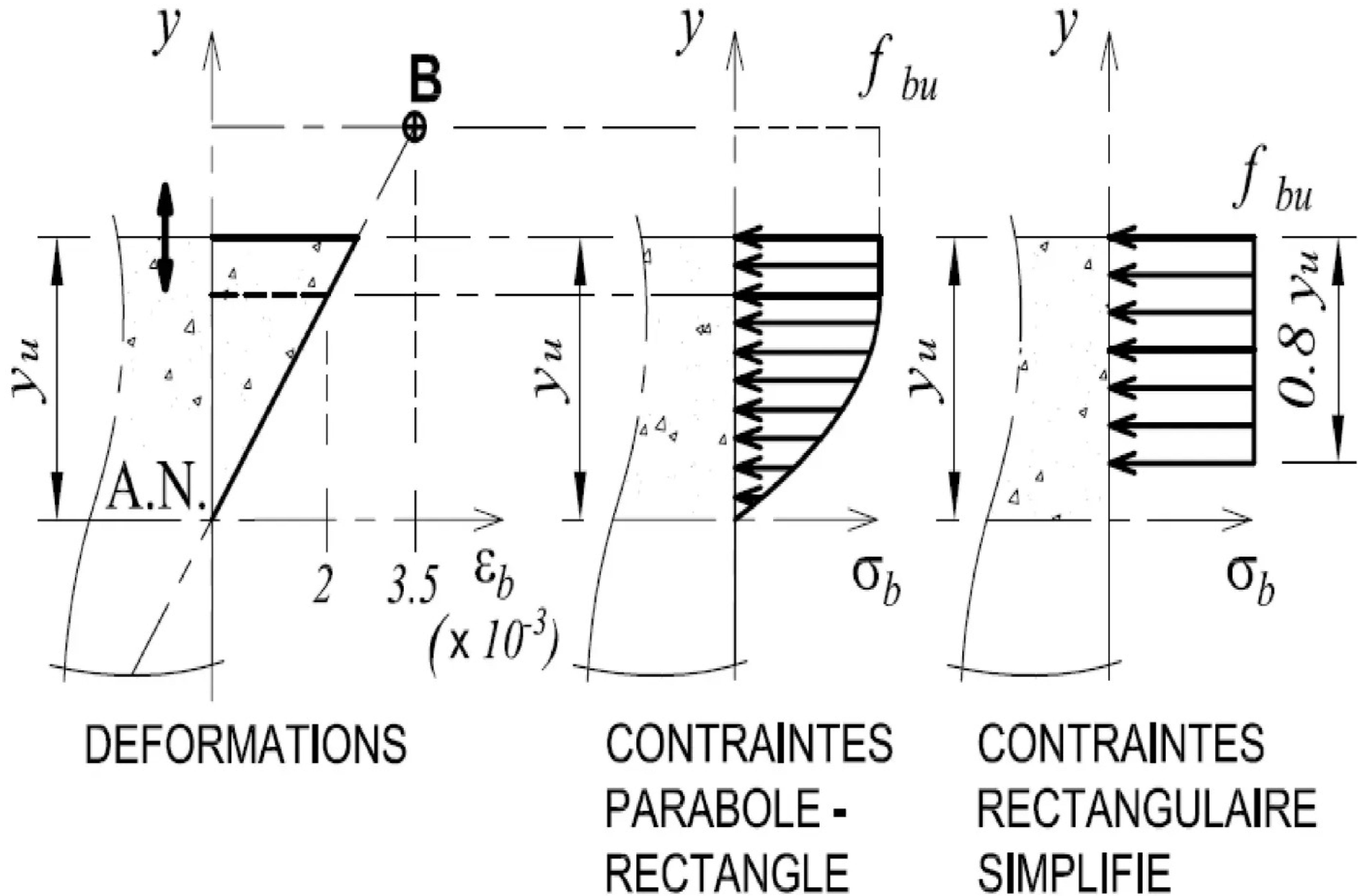
$\theta = 0,9$  lorsque cette durée est comprise entre 1 heure et 24 heures.

$\theta = 0,85$  lorsqu'elle est inférieure à 1 heure.

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

Lorsque la section est partiellement comprimée (cas de la flexion simple), nous pouvons remplacer le diagramme parabole-rectangle par un diagramme rectangulaire simplifié.



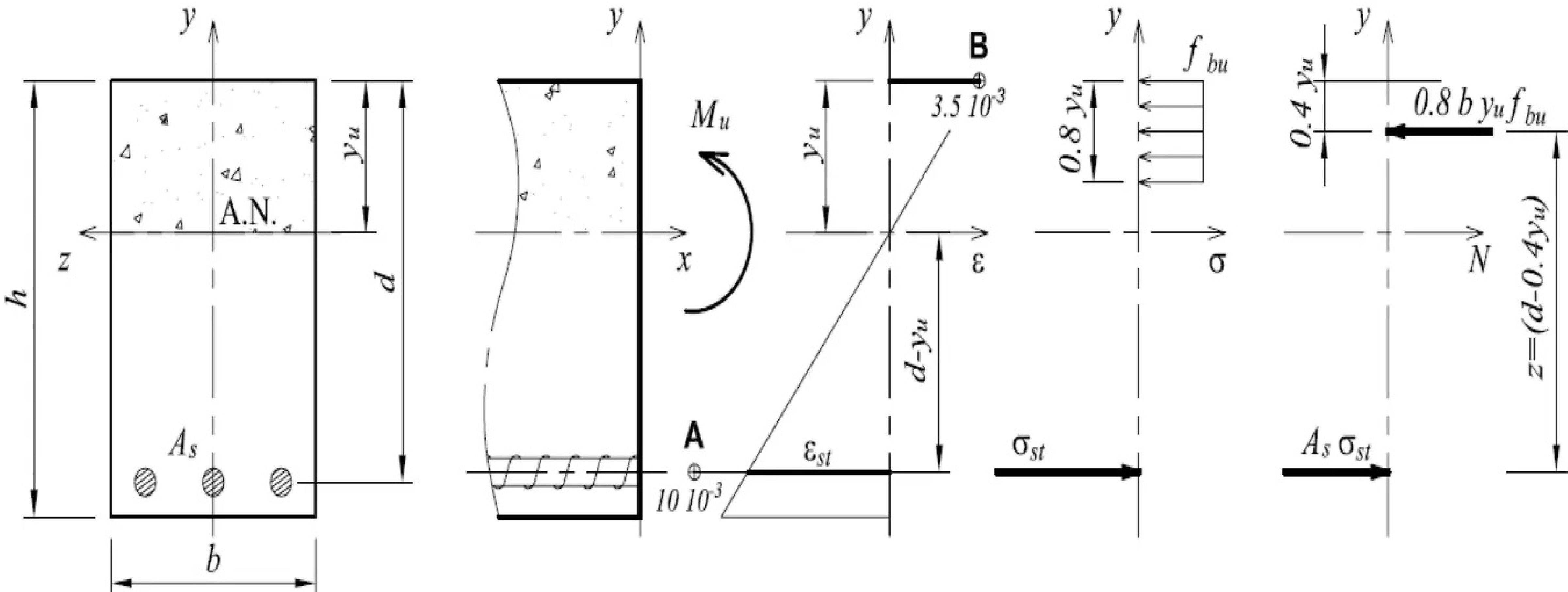
# Hypothèses de calcul

# Hypothèses à l'ELU

# Notations

---

- $b$  et  $h$  sont la largeur et la hauteur de la section de béton.
  - $A_s$  (ou  $A_{st}$ ) est la section d'acier, dont le centre de gravité est positionné à  $d$  de la fibre la plus comprimée du coffrage.
  - $y_u$  est la position de l'axe neutre par rapport à la fibre la plus comprimée.
  - $\sigma_{st}$  est la valeur de la contrainte de calcul des aciers, limitée à  $f_{su}$ .

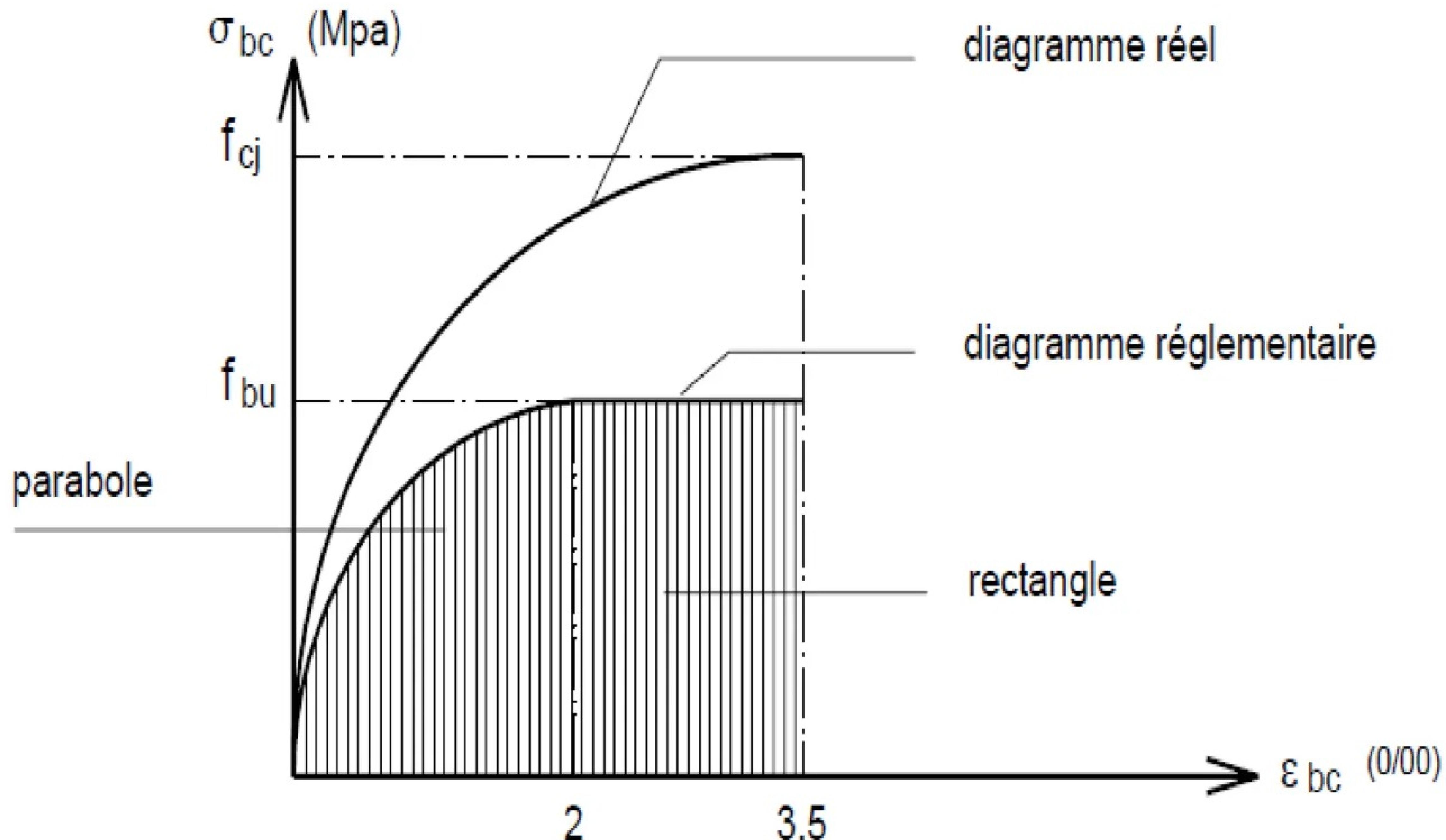


# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

### Hypothèse (6):

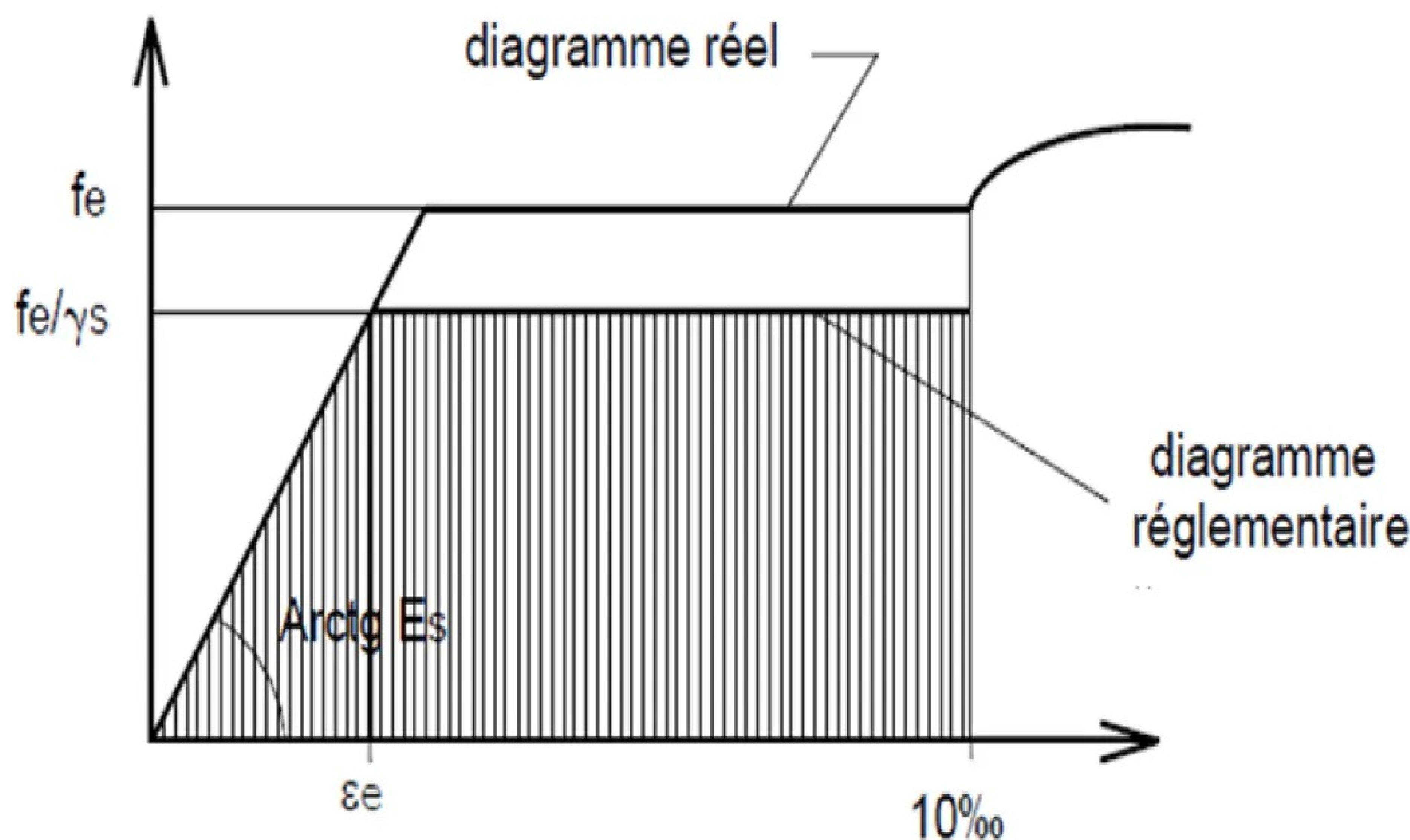
Le raccourcissement unitaire du béton est limité à 2% en compression simple et 3,5% en flexion composée avec compression, de même l'allongement unitaire des aciers sera limité à 10%.



# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

### DIAGRAMME DEFORMATIONS-CONTRAINTES DES ACIERS



$\gamma_s$  : coefficient de sécurité

$\gamma_s = 1,15$  dans le cas général

$\gamma_s = 1$  pour les combinaisons accidentelles.

$E_s$  : module d'élasticité longitudinal

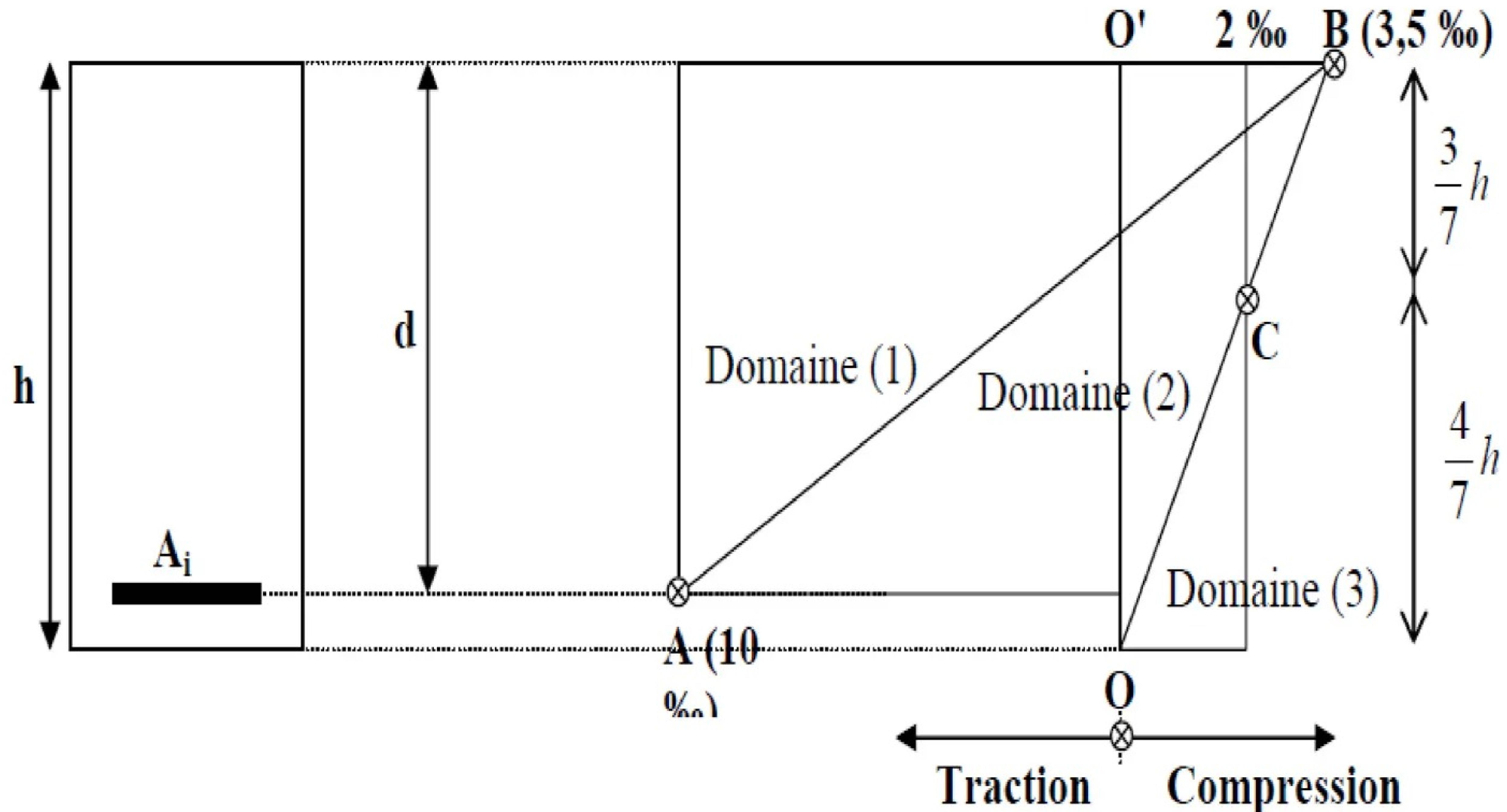
$E_s = 200\ 000\ \text{MPa}$

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

### Règle des 3 pivots :

Le diagramme de déformation d'une section à l'état limite ultime de résistance représenté par une droite doit obligatoirement passé par l'un des pivots A-B-C. Cette règle se fixe comme objectif pour utiliser au mieux le béton et l'acier.

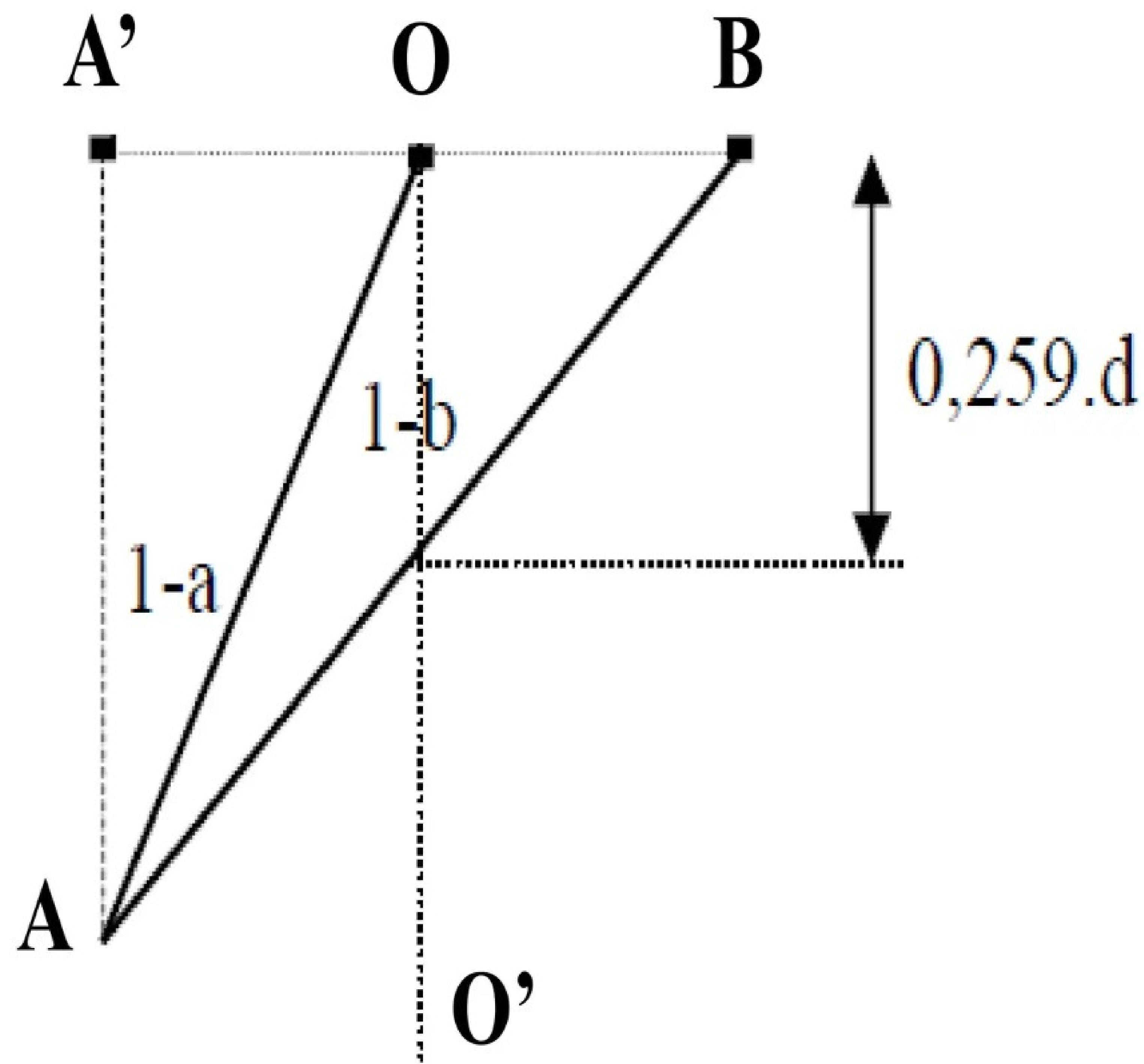


# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

### Le domaine (1) :

Les diagrammes passent par le pivot A qui correspond à un allongement maximum de 10%, les armatures tendues supposées concentrées en leur centre de gravité .



# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

### Le Pivot A : ELU acier

$\varepsilon_s = 10\%$  ;  $\varepsilon_{bc} \leq 3.5\%$  ; la position limite AB correspond à un axe neutre situé à la distance  $y_{AB} = a_{AB} \cdot d$  de la fibre la plus comprimée, avec :

$$\alpha_{AB} = \frac{y_{AB}}{d} = \frac{3.5\%}{3.5\% + 10\%} = 0.259$$

La flexion simple ou composée avec :  $0 \leq \alpha \leq 0.259$  admet le pivot A.

Le cas particulier où  $\varepsilon_s = 10\%$  et  $\varepsilon_{bc} \leq 2\%$  correspond à :

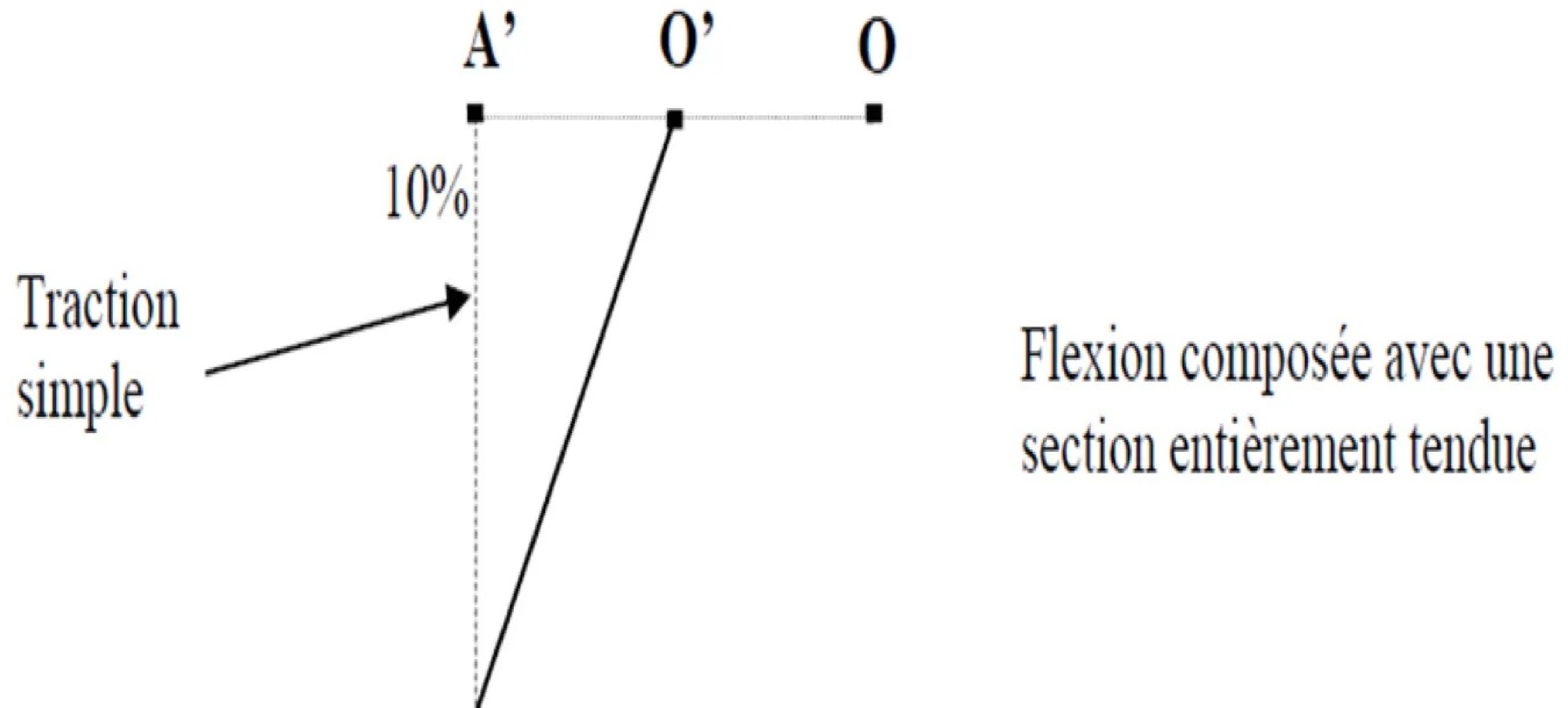
$$\alpha = \frac{y}{d} = \frac{2\%}{2\% + 10\%} = 0.167$$

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

### Le sous domaine 1-a:

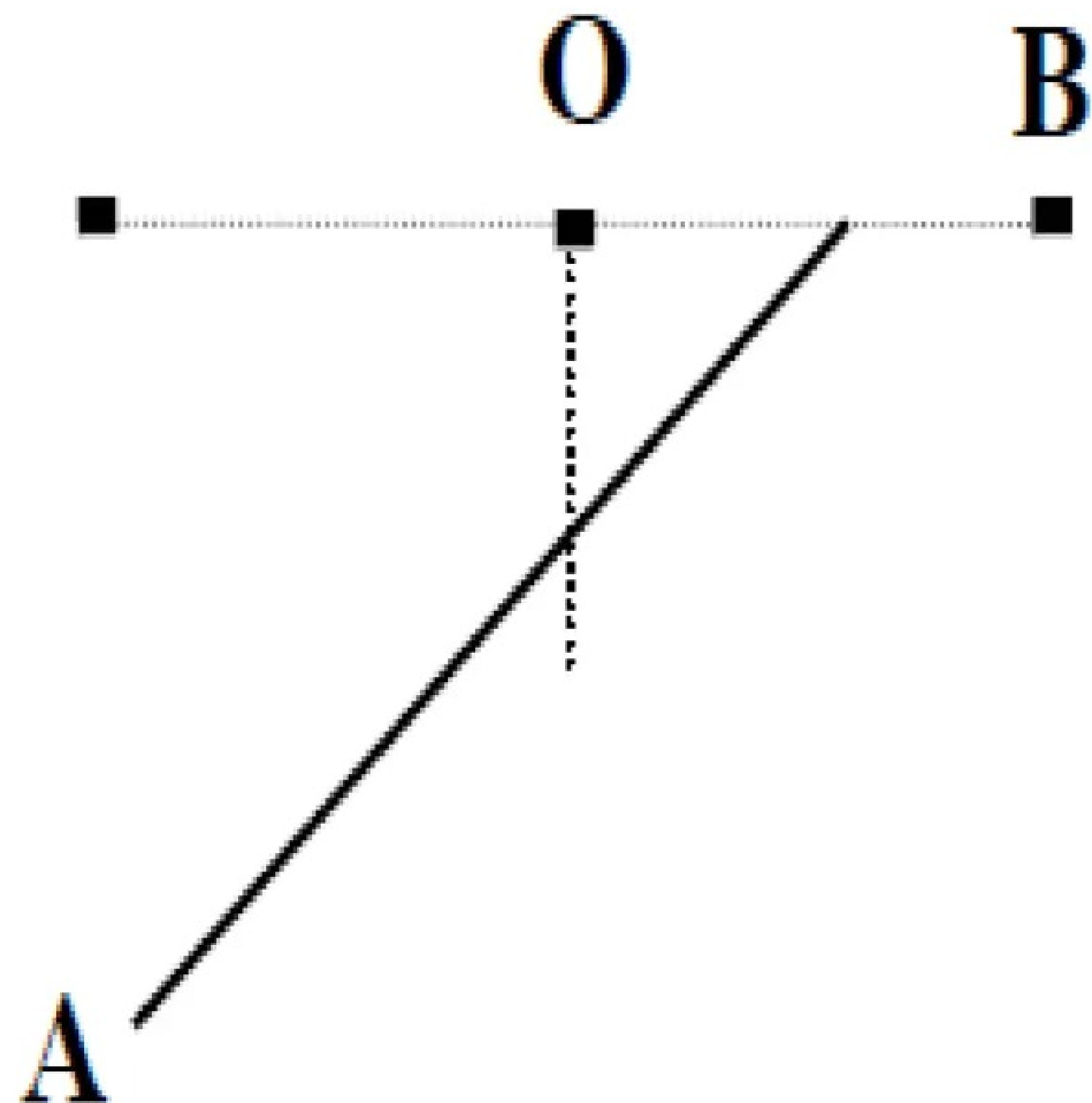
Le béton est toujours tendue et ne participe pas à la résistance de la section.



# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

Le sous domaine 1-b : Le béton est partiellement comprimé.



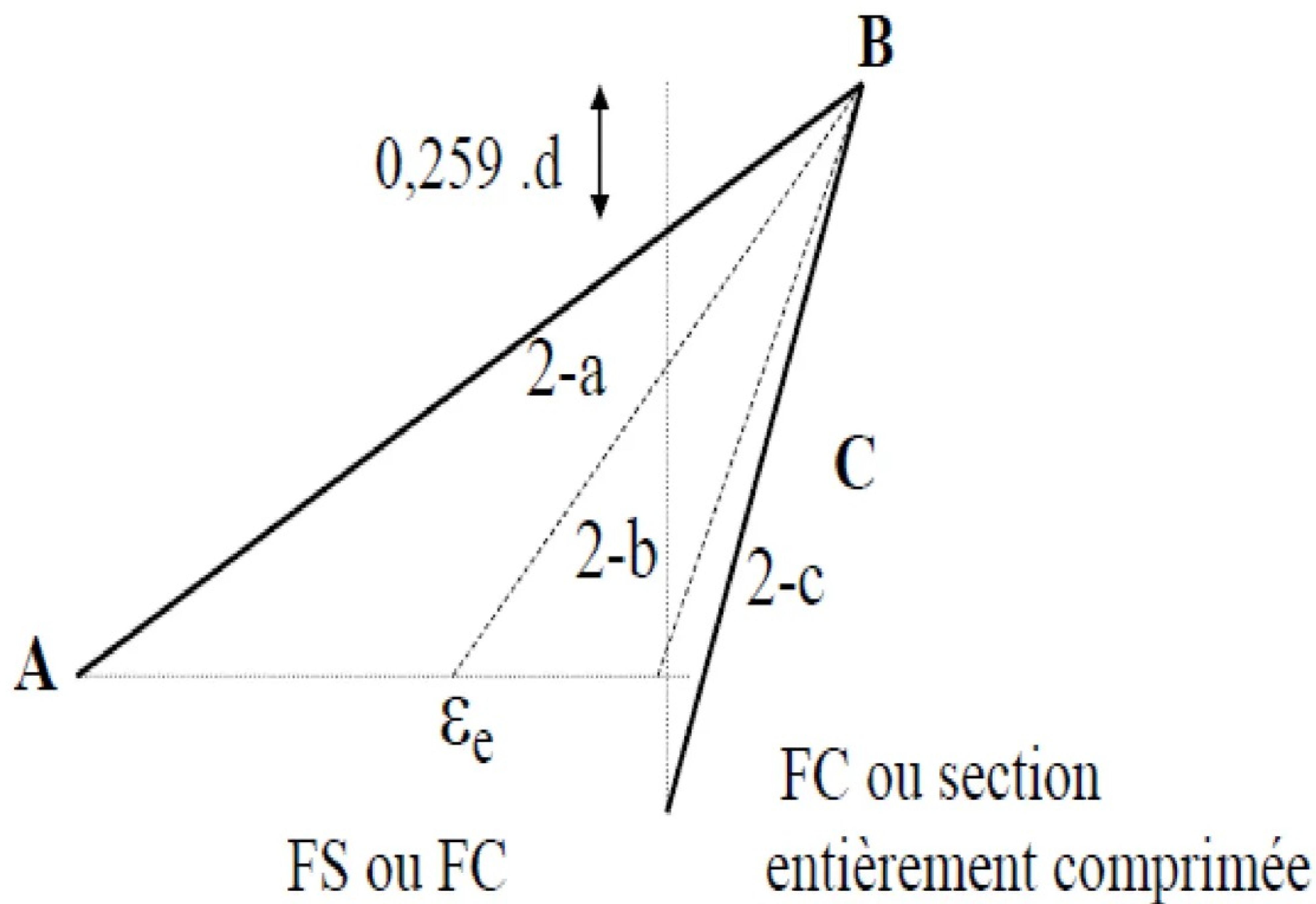
Flexion simple ou composée  
avec une section  
partiellement comprimée.

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

Le domaine (2) : Utilisation maximum du béton (ELU atteint pour le béton).

Les diagrammes passent par le pivot B qui correspond à un raccourcissement de 3,5% de la fibre la plus comprimée.



# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

### Sous domaine 2-a :

L'allongement des armatures est supérieure à l'allongement élastique ( $\varepsilon_{es}$ ) pour une contrainte  $f_e/\gamma_s$  (acier bien utilisé).

### Sous domaine 2-b :

L'allongement des armatures tendues est inférieure à l'allongement élastique ( $\varepsilon_{es}$ ) et la contrainte dans les aciers sera inférieure à  $f_e/\gamma_s$  (Les aciers ne sont alors pas bien utilisés).

### Sous domaine 2-c :

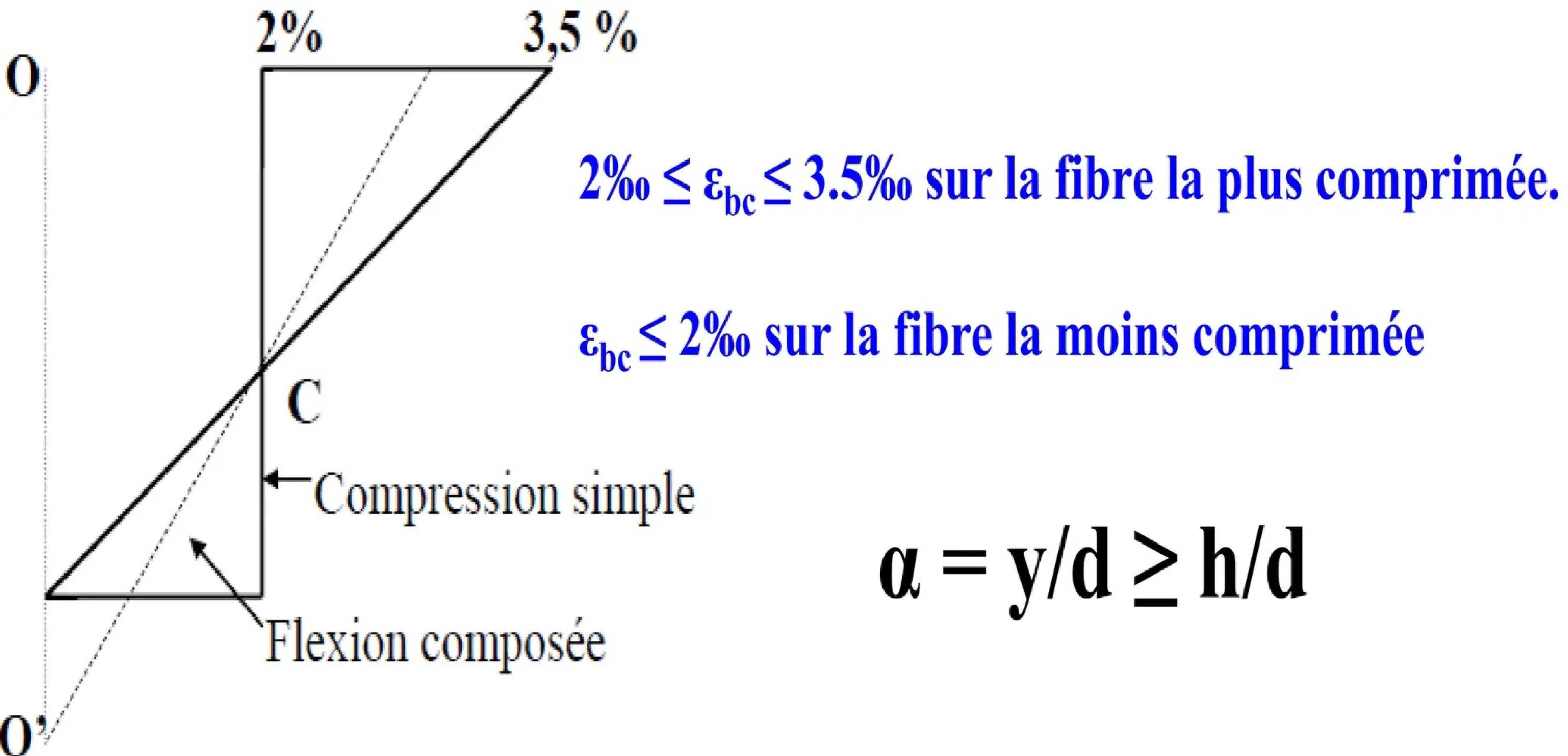
Les armatures seront comprimées.

*Le domaine (2) sera décrit par la condition :  $0.259 \leq a \leq h/d$*

# Hypothèses de calcul

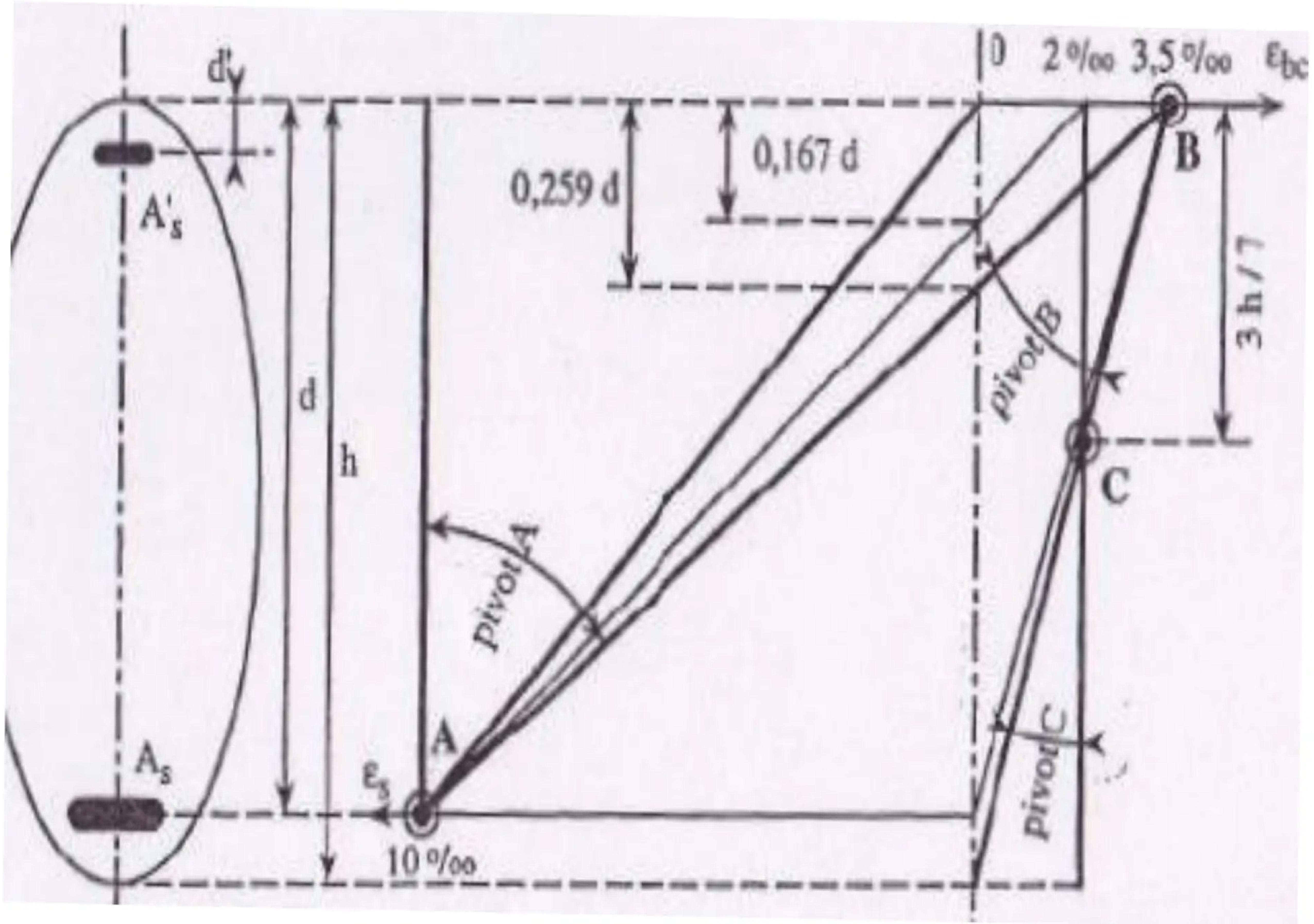
## Hypothèses à l'ELU

Le domaine (3) : Les diagrammes passent par le pivot qui correspond à un raccourcissement de 2% de la fibre du béton située à 3h/7 de la fibre supérieure. La section est entièrement comprimée.



# Hypothèses de calcul

# Hypothèses à l'ELU



# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELU

**Pivot A :** traction simple ou composée, flexion avec état limite ultime atteint dans l'acier, ce pivot est conditionné par l'allongement maximal de l'acier sans épuisement de la résistance du béton :

$$\varepsilon_{st} = 10\% \quad \& \quad \varepsilon_{bc} \leq 3,5\%.$$

**Pivot B :** flexion avec état limite ultime atteint dans le béton, ce pivot est conditionné par le raccourcissement maximal du béton (épuisement de la résistance du béton sur la fibre la plus comprimée) :

$$\varepsilon_{bc} = 3,5\% \quad \& \quad 0 \leq \varepsilon_{st} \leq 10\%.$$

**Pivot C :** compression simple ou composée, ce pivot correspond à un raccourcissement relatif du béton de 2% de la fibre située à une distance de la fibre la plus comprimée égale à  $3h/7$ .

# Hypothèses de calcul

## Calcul à l'ELU

# Équations d'équilibre de la section à l'ELU

Soit une section sollicitée par un moment de flexion  $M_{\text{II}}$ .

- Effort de compression dans le béton :

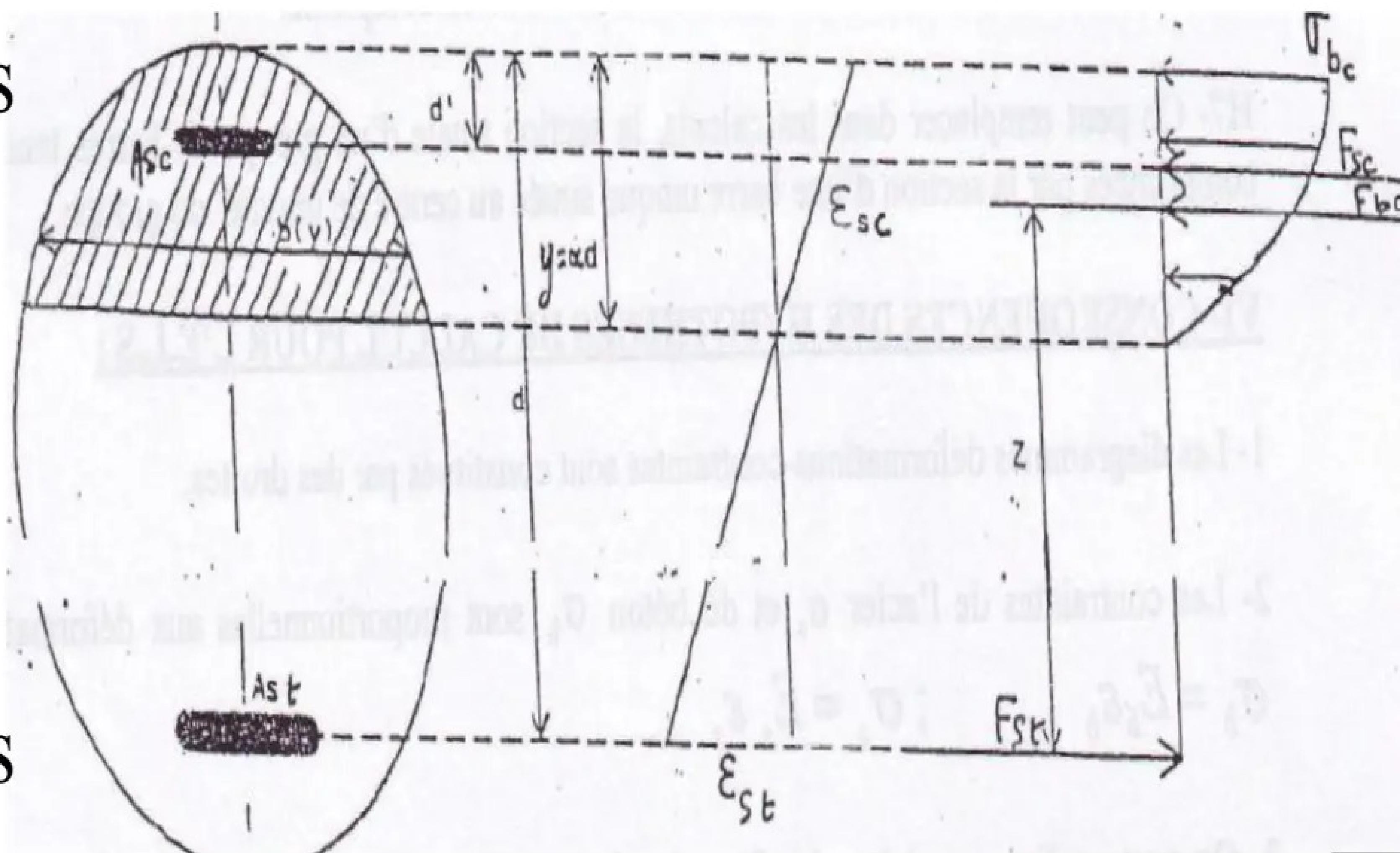
$$F_b = \int_0^{ad} \sigma(v) \cdot b(v) \cdot dv$$

- Effort de compression dans l'acier :

$$F_{sc} = A_{sc} \sigma_{sc} \text{ avec } \sigma_{sc} = f(\varepsilon_{sc})$$

- Effort de traction dans l'acier :

$$F_{st} = A_{st} \sigma_{st} \text{ avec } \sigma_{st} = f(\varepsilon_{st})$$



- Équilibre des efforts :  
$$F_b + F_{sc} - F_{st} = 0$$
  - Équilibre des moments :  
$$M_u = F_b \cdot Z + (d - d') A_{sc} \cdot \sigma_{sc}$$

## Hypothèses de calcul

### Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

#### Hypothèse (1) :

Les sections droites planes avant déformation restent planes après déformation, et il n'y a pas de glissement relatif entre le béton et l'acier.

#### Hypothèse (2) :

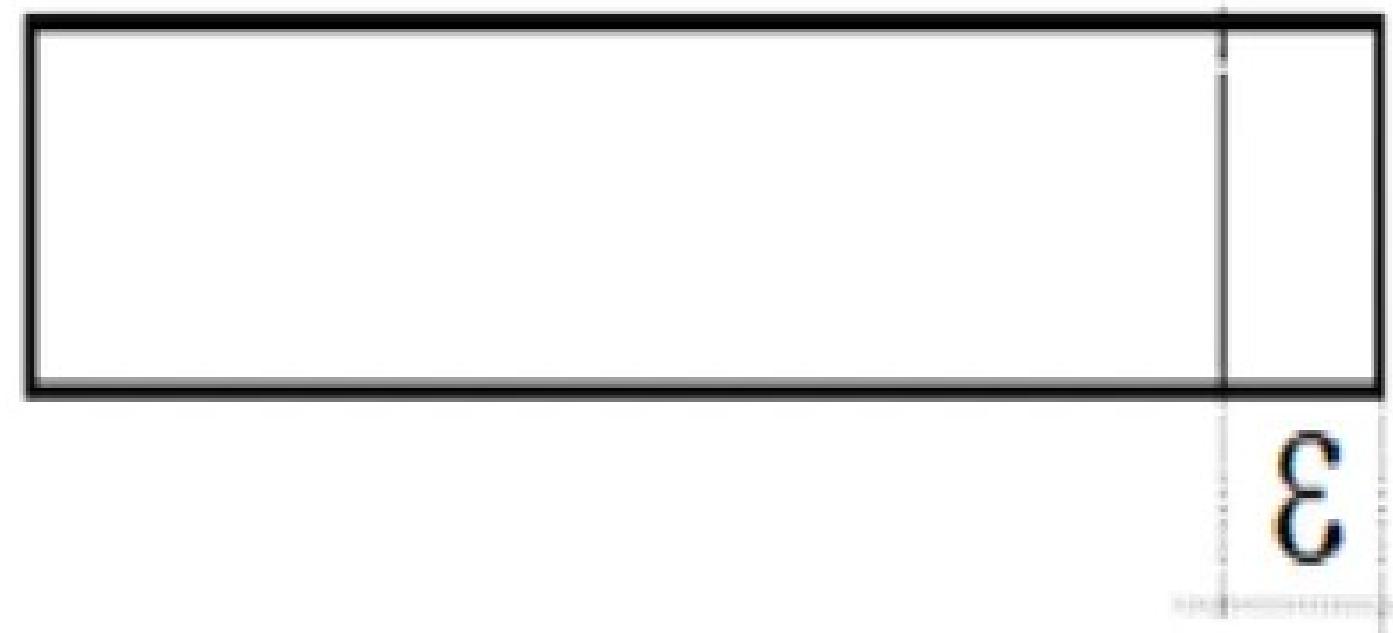
Le béton tendu est négligé.

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### Hypothèse (3) :

Le béton et l'acier seront considérés comme des matériaux linéaires élastiques, donc on leur applique la loi de Hooke :  $\sigma = E \cdot \varepsilon$



$$\left. \begin{array}{l} \sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b \\ \sigma_a = E_a \cdot \varepsilon_a \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_s = \varepsilon_b \Rightarrow \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\sigma_s = \sigma_b \cdot \frac{E_s}{E_b} \quad \text{On a : } \frac{E_s}{E_b} = n \quad n : \text{coefficient d'équivalence.}$$

$$n = \frac{E_s}{E_b} \longrightarrow 200000 \text{ MPa}$$

$$\text{donc : } n = 15$$

$$13333 \text{ MPa}$$

# Hypothèses de calcul

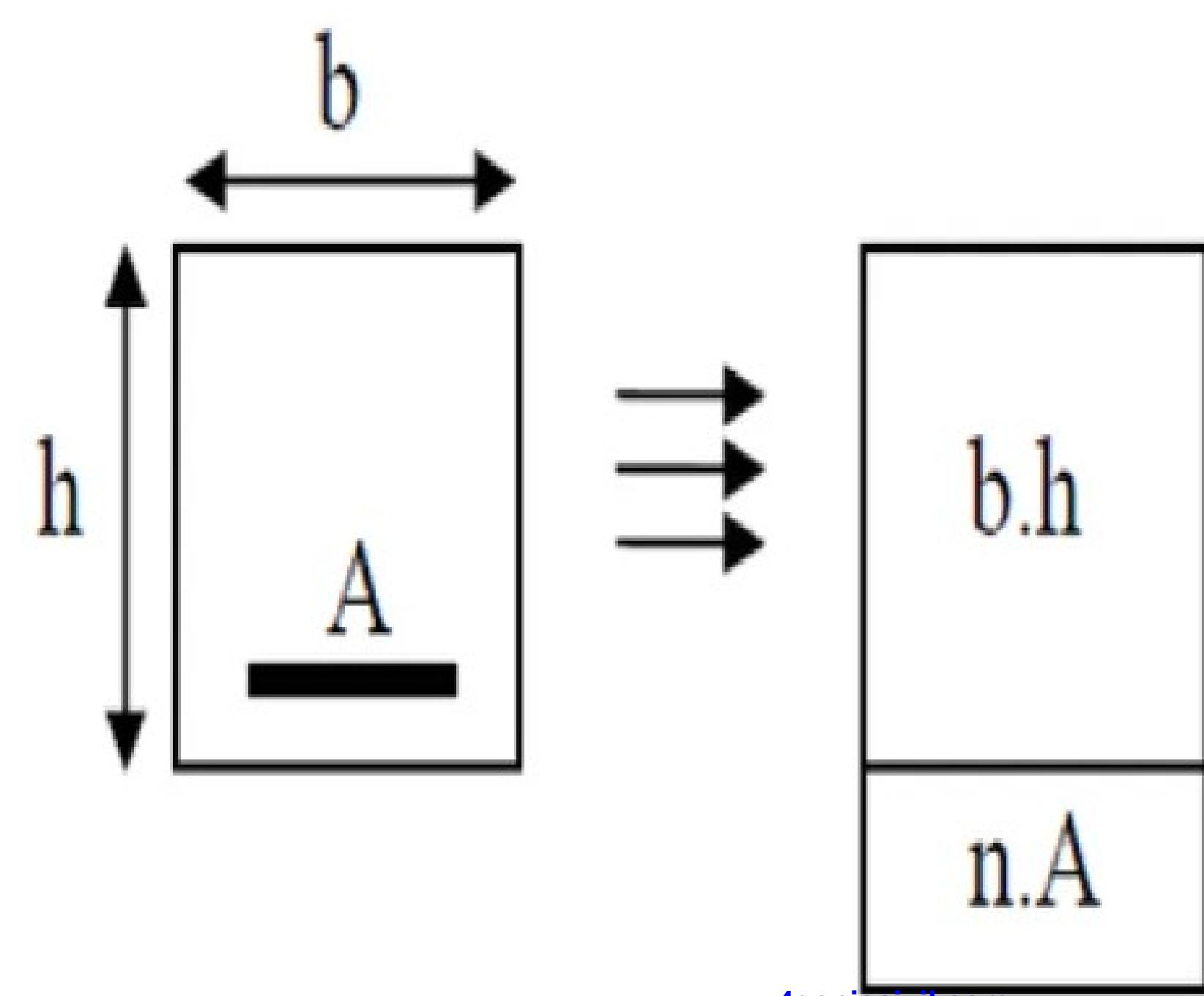
## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### Homogénéisation de la section :

Pour pouvoir appliquer au béton armé qui est un matériau hétérogène les règles de RDM pour les corps homogènes; il sera nécessaire d'homogénéiser la section de béton armé. Une section d'acier travaille n fois plus qu'une même section en béton.

Donc une section d'acier  $\Leftrightarrow$  n fois une section de béton.

Pour homogénéiser la section de béton armé, on remplace la section d'acier par n fois sa section en béton



## Hypothèses de calcul

### Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

#### Hypothèse (4) :

On ne tient pas compte du fluage de béton et du retrait.

#### Hypothèse (5) :

On suppose concentré en leur centre de gravité un ensemble de plusieurs barres : On peut remplacer dans les calculs, la section totale d'un groupe de barres tendues ou comprimées par la section d'une barre unique située au centre de gravité du groupe.

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### Hypothèses à l'E.L.S de compression du béton

La contrainte de compression du béton est limitée à  $0,6 \cdot f_{c28}$ :

$$\sigma_b \leq 0,6 f_{c28}$$

### Remarques:

- La limitation de la compression du béton est destinée à éviter la formation des fissures parallèles à la direction des contraintes de compression.
- Lorsqu'une section est soumise à la traction simple ou si, étant soumise à la flexion composée, elle est entièrement tendue, il n'y a aucune vérification à effectuer en ce qui concerne la contrainte du béton.

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

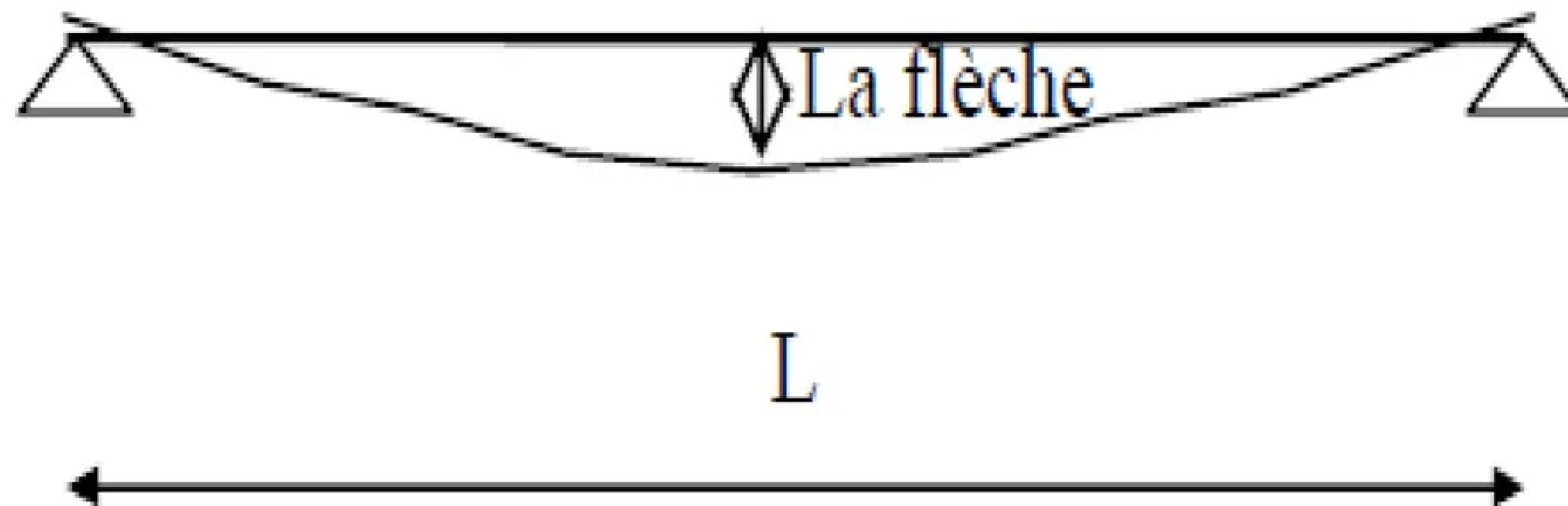
### Hypothèses à l'ELS de déformation

Il est conseillé de vérifier que la flèche d'une poutre ne dépasse pas :

$$\frac{L}{500} \quad \text{si} \quad L \leq 5 \text{ m}$$

$$\frac{L}{1000} + 0,5 \text{ cm} \quad \text{si} \quad L > 5 \text{ m}$$

L est exprimée en cm.



## Hypothèses de calcul

### Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

#### Hypothèses à l'ELS d'ouverture de fissures

1°-Si la fissuration est peu préjudiciable :

Aucune vérification n'est demandée pour les aciers et la contrainte dans les aciers n'est pas limitée. La fissuration est considérée comme peu préjudiciable, lorsque l'élément à vérifier est situé dans les locaux couverts.

Exemple: bâtiments à usage d'habitation, bureaux, écoles, hôpitaux, etc...

En pratique:

Il ne sera pas nécessaire de déterminer les contraintes des armatures tendues obtenues lors de l'étude à l'E.L.U.

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### Hypothèses à l'E .L .S d'ouverture de fissures

#### 2- Si la fissuration est préjudiciable :

La fissuration considérée comme préjudiciable si les éléments sont exposés aux intempéries (pluie, neige, vent...) ou bien en contact avec l'eau. La contrainte de traction dans les armatures tendues sera limitée à la valeur suivante :

$$\sigma_{st} \leq \min\left(\frac{2}{3}f_e, 110\sqrt{\eta \cdot f_{t28}}\right)$$

$f_e$  : limite élastique acier et  $f_{t28}$  : la contrainte du béton à la traction à 28j.  
 $\eta$  : coefficient de fissuration.

$\eta = 1$  pour les R.L. y compris les TS formés de fils tréfilés lisses.

$\eta = 1,6$  pour les H.A.

$\eta = 1,3$  pour les H.A. en fils de diamètre inférieur à 6 mm.

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### Hypothèses à l'E .L .S d'ouverture de fissures

#### Dispositions constructives dans le cas de fissuration préjudiciable

- Le diamètre des armatures les plus proches des parois est au moins égal à 6mm
- Prévoir des armatures de peau dont la section doit être au moins de  $3\text{cm}^2$  par mètre de longueur de parement.
- Lorsque le diamètre des armatures tendues d'une poutre est supérieur à 20 mm, la distance entre axes de 2 barres consécutives dans le sens horizontal ne doit pas excéder 4 fois leurs diamètres.
- Pour les dalles et les voiles faisant au plus 40cm d'épaisseur, la distance entre axes des armatures d'une même nappe ne doit pas dépasser la plus petite des 2 valeurs (25cm ; 2 h)

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### Hypothèses à l'E .L .S d'ouverture de fissures

#### 3- Si la fissuration est très préjudiciable :

La fissuration sera considérée comme très préjudiciable si l'élément est soumis à un milieu agressif ( eau de mer, sols corrosifs.... ). La contrainte de traction des armatures tendues sera limitée par la valeur suivante :

$$\sigma_{st} \leq \min\left(\frac{1}{2}f_e; 90\sqrt{\eta \cdot f_{t28}}\right)$$

$\eta = 1$  pour les R.L. y compris les TS formés de fils tréfilés lisses.

$\eta = 1,6$  pour les H.A.

$\eta = 1,3$  pour les H.A. en fils de diamètre inférieur à 6 mm.

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### Hypothèses à l'E .L .S d'ouverture de fissures

#### Dispositions constructives dans le cas de fissuration très préjudiciable

- Le diamètre des armatures les plus proches des parois est au moins égal à 8mm
- Les armatures de peau doivent présenter une section d'au moins  $5 \text{ cm}^2/\text{m}$  de parement.
- Si  $\phi > 20\text{mm}$ , la distance entre axes de 2 barres consécutives dans le sens horizontal ne doit pas dépasser  $3\phi$
- Pour les dalles ou les voiles d'épaisseur au plus égale à 40 cm, la distance entre axes des armatures d'une même nappe doit être inférieure à min (20cm ; 1,5 h)

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### Récapitulatif

Vérifications à effectuer à l'ELS:

**a- Cas de fissuration peu nuisible ou peu préjudiciable**

$$\sigma \leq \bar{\sigma} = 0.60 f_{c28}$$

**b- Cas de fissuration nuisible ou préjudiciable**

$$\sigma \leq \bar{\sigma} = 0.60 f_{c28} \quad \sigma_{st} \leq \bar{\sigma}_{st} = \min\left(\frac{2}{3} f_e; 110\sqrt{\eta \cdot f_{t28}}\right)$$

**c- Cas de fissuration très nuisible ou très préjudiciable**

$$\sigma \leq \bar{\sigma} = 0.60 f_{c28} \quad \sigma_{st} \leq \bar{\sigma}_{st} = \min\left(\frac{1}{2} f_e; 90\sqrt{\eta \cdot f_{t28}}\right)$$

# Hypothèses de calcul

## Hypothèses à l'ELS (durabilité de la structure)

### En pratique

Les armatures de la sections sont déterminées par le calcul à l'ELU

- Une 1ère méthode consiste à calculer la valeur de  $\sigma_b$  et éventuellement celle de  $\sigma_{st}$ ; Si les conditions précédentes sont vérifiées, ces armatures conviennent même pour l'ELS, sinon il faut recalculer la section d'acier à l'ELS.
- Une 2ème méthode consiste à calculer directement les sections d'acier à l'ELU et à l'ELS et on retiendra la plus grande des 2 valeurs.