

3.3. Escaliers

3.3.1. Définition :

Un escalier est une suite des plans horizontaux disposés en gradins afin de permettre de se déplacer à pied d'un niveau à un autre.

Il sert donc à monter et descendre .La montée et la descente doivent se faire aussi aisément que possible et sans danger.

Un escalier se compose d'un certain nombre de marches de largeur « g » appelé giron et de contre marche de hauteur « h » reliant deux marches successives

La largeur d'un escalier est appelée emmarchement,

La dalle inclinée supportant les marches et contres marches est appelée « paillasse ».

La volée « V » est l'ensemble des marches réunissent deux paliers (palier de départ et Palier d'arrivée).

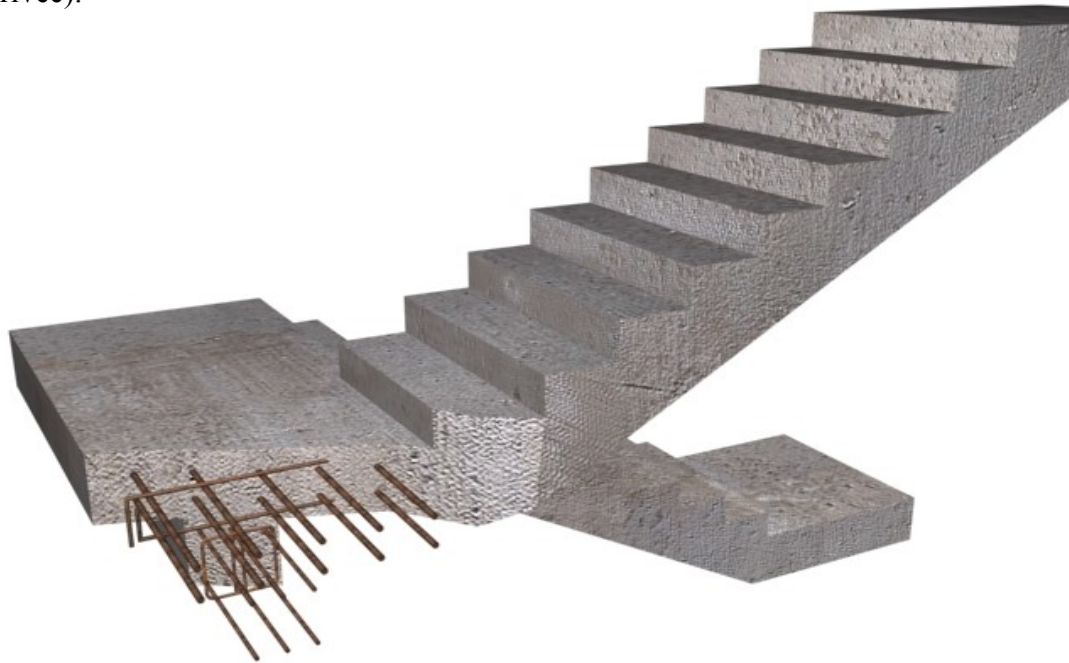


Fig.1 : Coupe d'un escalier

a) Dimensionnement :

Pour le dimensionnement de la marche « g » et la hauteur de contre marche « h », on utilise la formule de « **BLONDEL** ». $59 \leq g + 2h \leq 64$.

Soit (n) le nombre des contres marches, alors (n-1) est le nombre des marches

Avec : n : nombre de contre marches.

n -1 : nombre de marches.

n .h = H : Hauteur à monter.

(n-1). g = L : longueur de la foulée.

b) Schéma statique :

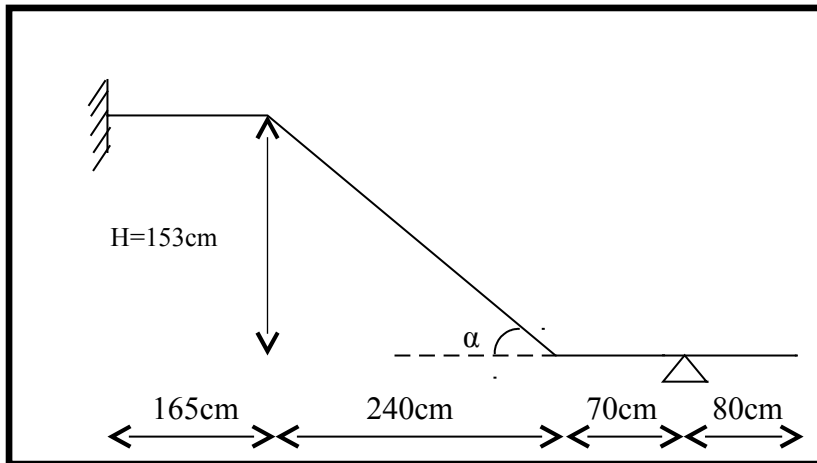


Fig.2 : schéma statique

$$n \times h = H = 153 \text{ cm} \rightarrow h = \frac{H}{n}$$

$$(n-1).g = L = 240 \text{ cm} \rightarrow g = \frac{L}{(n-1)}$$

Après la distribution de l'équation on aura :

$$59 \leq 2 \cdot \frac{H}{n} + \frac{L}{(n-1)} \leq 64.$$

On prend : $2 \cdot \frac{H}{n} + \frac{L}{(n-1)} = 64.$

$$64n^2 - (64 + L + 2.H).n + 2.H = 0$$

$$64n^2 - (64 + 240 + 2 \times 153).n + 2.153 = 0$$

$$64n^2 - 610n + 306 = 0$$

$$\Delta = (610)^2 - 4 \times (64 \times 306)$$

$$\Delta = 293764$$

$$\sqrt{\Delta} = 542$$

$$n = 9 \Rightarrow \text{Donc, on a 9 contre marches et 8 marches.}$$

$$\text{donc: } \begin{cases} h = \frac{H}{n} = \frac{153}{9} = 17 \text{ cm.} \\ g = \frac{L}{(n-1)} = \frac{240}{(9-1)} = 30 \text{ cm.} \end{cases}$$

c) Vérification de la formule de « BLANDEL » :

$$59 \leq 2.h + g \leq 64 \Rightarrow 59 \leq 2 \times 17 + 30 \leq 64 \Rightarrow 59 \leq 64 \leq 64 \text{ cm.} \dots\dots\dots (C.V).$$

Donc : $g = 30 \text{ cm}$ $h = 17 \text{ cm}$

d) Épaisseur de la paillasse et le palier

L'épaisseur de la paillasse est donnée par la formule suivante :

$$\frac{L}{30} \leq e_p \leq \frac{L}{20}$$

$$L = L_1 + L_{p1} + L_{p2}$$

$$\tan \alpha = \frac{H}{L} = \frac{153}{240} \Rightarrow \alpha = 32,52^\circ$$

$$L_1 = \frac{L}{\cos \alpha} = \frac{240}{\cos 32,52^\circ} = 284,63 \text{ cm}$$

$$L = L_1 + L_{p1} + L_{p2} = 284,63 + 165 + 70 = 519,63 \text{ cm}$$

$$\frac{519,63}{30} \leq e_p \leq \frac{519,63}{20}$$

$$17,32 \text{ cm} \leq e_p \leq 25,98 \text{ cm}$$

On prend : $e_p = 18 \text{ cm}$

L'épaisseur de la dalle en port à faux :

$$\frac{l}{30} \leq e_p \leq \frac{l}{20} \Rightarrow \frac{80}{30} \leq h \leq \frac{80}{20} \Rightarrow 2,66 \leq e_p \leq 4 \text{ cm}$$

Pour des raisons sécuritaires, sachant que la dalle en porte à fond supporte un mur double cloison,

On prend : $e_p = 18 \text{ cm}$

3.3.2. Évaluation des charges et surcharges :

▪ La paillasse :

Poids propre de la paillasse ($e_p = 18 \text{ cm}$) $\frac{\rho \times e_p}{\cos \alpha} = \frac{25 \times 0,18}{\cos 32,52} = 5,34 \text{ KN/m}^2$

Poids propre des marches $\frac{\rho \times h}{2} = \frac{22 \times 0,17}{2} = 1,87 \text{ KN/m}^2$

Mortier de pose ($e = 2 \text{ cm}$) (horizontale) $0,02 \times 20 = 0,4 \text{ KN/m}^2$

Carrelage ($e = 2 \text{ cm}$) (horizontale) $0,02 \times 22 = 0,44 \text{ KN/m}^2$

Garde corps 1 KN/m^2

Mortier de pose ($e = 3 \text{ cm}$) (verticale) $0,03 \times 20 = 0,6 \text{ KN/m}^2$

Enduit en ciment ($e = 2 \text{ cm}$) $0,02 \times 18 = 0,36 \text{ KN/m}^2$

Carrelage ($e = 2 \text{ cm}$) (verticale) $0,02 \times 22 = 0,44 \text{ KN/m}^2$

La charge permanente : $G_1 = 10,45 \text{ KN/m}^2$

La charge d'exploitation : $Q = 2,5 \text{ KN/m}^2$

▪ **Paliers :**

Poids propre de la dalle (e=18cm)	0,18 x 25 = 4,5 KN/m ²
Mortier de pose (e=3cm)	0,03 x 20 = 0,6 KN/m ²
Carrelage (e=2cm)	0,02 x 22 = 0,44 KN/m ²
Enduit en ciment (e=2cm)	0,02 x 18 = 0,36 KN/m ²

La charge permanente : $G_2 = 5,9 \text{ KN/m}^2$

La charge d'exploitation : $Q = 2,5 \text{ KN/m}^2$

0 **Dalle en port à faux :**

Dalle pleine en B A (e=18cm)	0,18 x 25 = 4,5 KN/m ²
Mortier de pose	0,03 x 20 = 0,6 KN/m ²
Carrelage	0,02 x 22 = 0,44 KN/m ²
Enduit en ciment	0,02 x 18 = 0,36 KN/m ²

La charge permanente : $G_3 = 5,9 \text{ KN/m}^2$

La charge d'exploitation : $Q = 2,5 \text{ KN/m}^2$

1

2 **Mur double cloison :** $G_{\text{mur}} = 2,81 \text{ KN/m}^2$

La charge concentré est de $p = 2,81 \times (3,06 - 0,18) = 8,09 \text{ KN/ml}$

3.3.3. Sollicitation:

Le calcul se fait pour une bande de 1m

a) À l'état limite ultime :

La paillasse : $q_1 = (1,35 \cdot G_1 + 1,5 \cdot Q) \times 1 \text{ m} = 17,85 \text{ KN/m}$

Le palier : $q_2 = (1,35 \cdot G_2 + 1,5 \cdot Q) \times 1 \text{ m} = 11,71 \text{ KN/m}$

Le port à faux: $q_3 = (1,35 \cdot G_3 + 1,5 \cdot Q) \times 1 \text{ m} = 11,71 \text{ KN/m}$

La charge p : $p = 1,35 \times 8,09 = 10,92 \text{ KN/ml}$

Schéma statique :

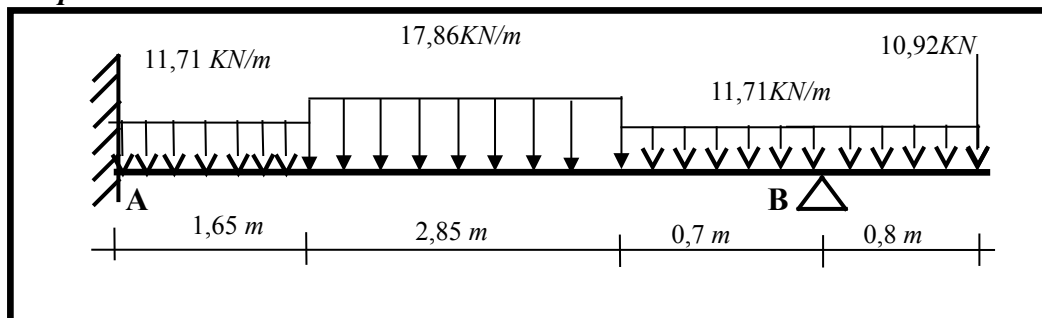


Fig.3 : Sollicitation a' l'état limite ultime de résistance

Calcul de moments fléchissant et effort tranchant :

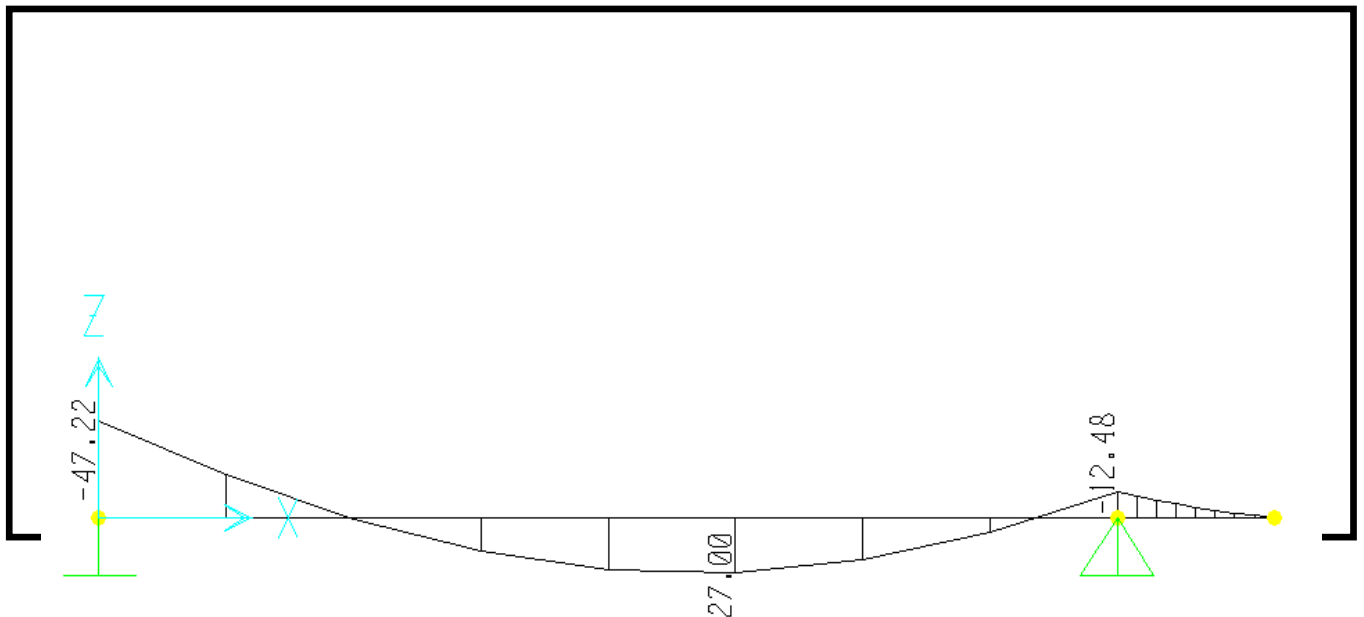


Fig : Représentation le diagramme des moments

Moment sur appuis (encastrement) = 47.22KN.m

Moment en travée = 27KN.m

Moment sur appuis = 12,48KN.m

b) Etat limite de service :

La paillasse : $q_1 = (G_1 + Q) \times 1 \text{ m} = 12,95 \text{ KN/m}$

Le palier : $q_2 = (G_2 + Q) \times 1 \text{ m} = 8,4 \text{ KN/m}$

Le port à faux: $q_3 = (.G_3 + Q) \times 1 \text{ m} = 8,4 \text{ KN/m}$

La charge p : $p = 8,09 \text{ KN/ml}$

Calcul de moments fléchissant et effort tranchant :

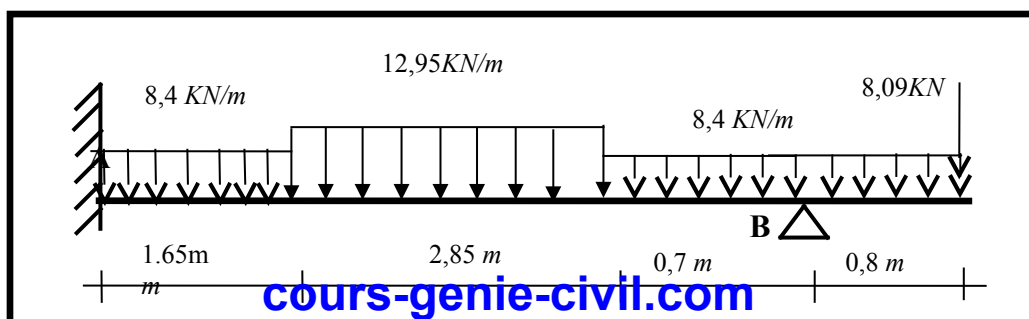


Fig : Sollicitation a' l'état limite de service

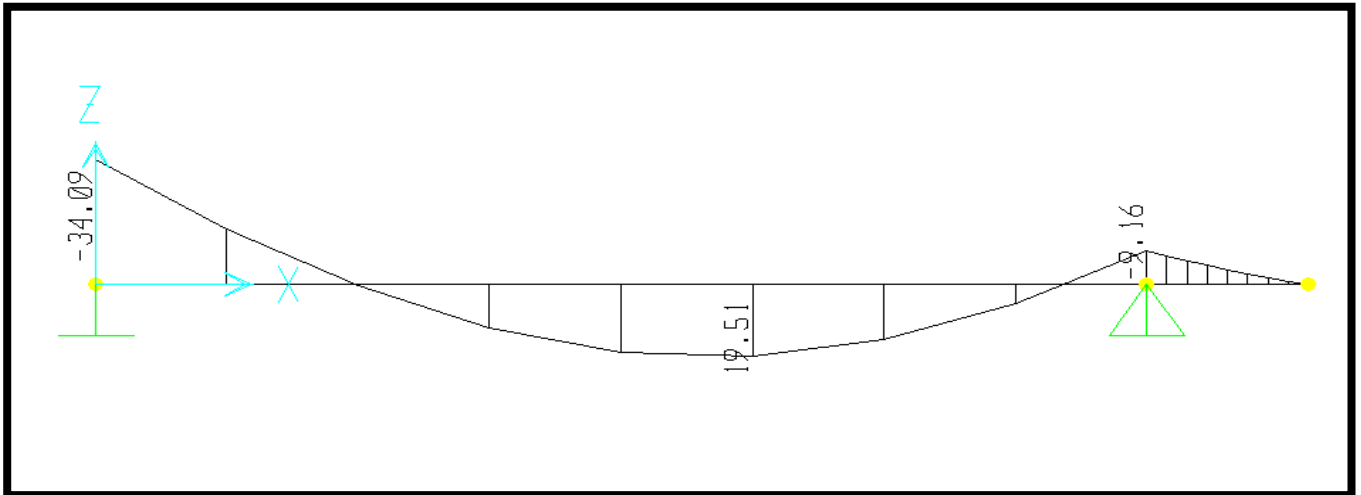


Fig : Représentation le diagramme des moments

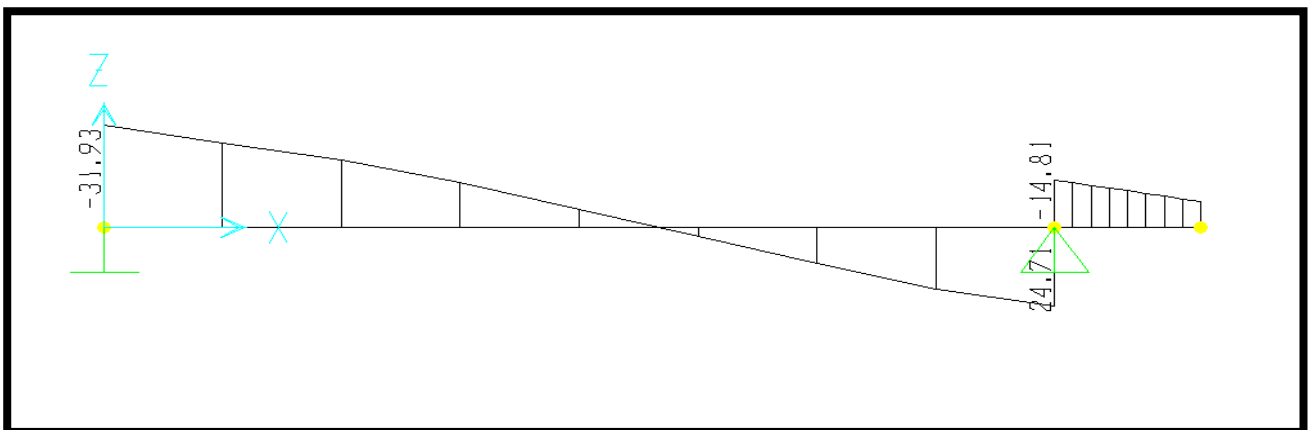


Fig : Représentation le diagramme de l'effort tranchant.

Moment sur appuis (encastrement) = 34,09KN.m

Moment en travée = 19,51KN.m

Moment sur appuis = 9,16KN.m

3.3.4. Le ferrailage à (E.L.U.R) :

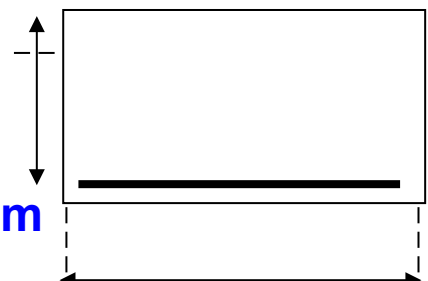
Le ferrailage se fait à la flexion simple pour une bande de 1m de largeur.

1) En travée :

$M_t = 27 \text{ KN.m}$; $b = 100 \text{ cm}$; $d = 16 \text{ cm}$; acier FeE400.

$$\mu = \frac{M_t}{\sigma_b \cdot b \cdot d^2} = \frac{27 \times 10^3}{12,47 \times 100 \times 16^2} = 0,084 < \mu_l = 0,392 \Rightarrow A' = 0$$

16cm



$$\mu < 0,1 \Rightarrow A_1 = \frac{1,07.M_t}{\sigma_s.d} = \frac{1,07 \times 27 \times 10^3}{348 \times 16} = 5,17 \text{ cm}^2 \quad \text{---} \quad 100 \text{ cm}$$

3 100

Condition de non fragilité :

$$A_{\min} = \max \left\{ \frac{b.h}{1000}; 0,23.b.d.\frac{f_{t28}}{f_e} \right\} = \max\{1,8; 1,76\} = 1,8 \text{ cm}^2$$

$$A = \max (A_1 ; A_{\min}) \Rightarrow A = 5,17 \text{ cm}^2$$

Alors on prend : **A = 5T12/ml = 5,65 cm².**

4 L'espacement :

$$e \leq \min (3h ; 33 \text{ cm}) = \min (54 \text{ cm} ; 33 \text{ cm}) \Rightarrow e \leq 33 \text{ cm}$$

on prend : **e = 20 cm**

5 Armatures de répartition :

$$A_r = \frac{A}{4} = \frac{5,65}{4} = 1,41 \text{ cm}^2.$$

on prend..... **A_r = 3T10/ml = 2,36 cm²**

6 L'espacement :

$$S \leq \min (4h ; 45 \text{ cm}) = \min (72 \text{ cm} ; 45 \text{ cm}) \Rightarrow e \leq 45 \text{ cm}$$

on prend : **S = 30 cm**

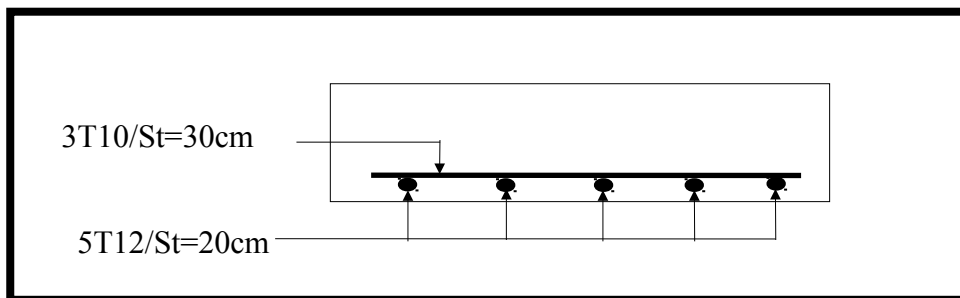


Fig4.13 ferrailage de l'escalier en travée

2) Sur appui :

➤ **Appui A :**

$$M_a = -47,22 \text{ KN.m} ; b = 100 \text{ cm} ; d = 16 \text{ cm} ; h = 18 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{M_t \times 10^3}{\sigma_b.b.d^2} = \frac{47,22 \times 10^3}{12,47 \times 100 \times 16^2} = 0,148 < \mu_l = 0,392 \Rightarrow A' = 0$$

$$\beta = 0,5 + \frac{\sqrt{1-2\mu}}{2} = 0,5 + \frac{\sqrt{1-2 \times 0,148}}{2} = 0,919$$

$$A = \frac{M_a \times 10^3}{\sigma_s \times \beta \times d} = \frac{47,22 \times 10^3}{348 \times 0,91 \times 16} = 9,26 \text{ cm}^2$$

7 Condition de non fragilité :

$$A_{\min} = \max \left\{ \frac{b \cdot h}{1000}; 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} \right\} = \max\{1,8; 1,76\} = 1,8 \text{ cm}^2$$

$$A = \max (A_1 ; A_{\min}) \Rightarrow A = 9,26 \text{ cm}^2$$

on prend : $A = 7\text{T}14/\text{ml} = 10,78 \text{ cm}^2$

8 L'espacement :

$$S \leq \min(3h, 33\text{cm}) = \min(54\text{cm}, 33\text{cm}) \Rightarrow e \leq 33 \text{ cm}$$

on prend $S = 15\text{cm}$

9 Armature de répartition :

$$A = \frac{A_r}{4} = \frac{10,78}{4} = 2,71 \text{ cm}^2$$

on prend $A = 4\text{T}10/\text{ml} = 3,14 \text{ cm}^2$

10 L'espacement :

$$e \leq \min(4h ; 45\text{cm}) = \min(72\text{cm} ; 45\text{cm}) \Rightarrow e \leq 45\text{cm}$$

on prend : $e = 25\text{cm}$

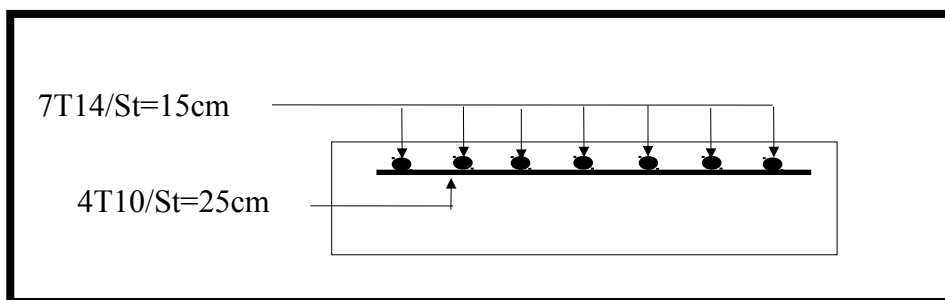


Fig4.14 ferrailage de l'escalier sur appui A

0 Appui B :

$$M_a = 12,48 \text{ KN.m} ; b = 100\text{cm} ; d = 16\text{cm}$$

$$\mu = \frac{M_a}{\sigma_b \cdot b \cdot d^2} = \frac{12,48 \times 10^3}{12,47 \times 100 \times 16^2} = 0,039 < \mu_l = 0,392 \Rightarrow A' = 0$$

$$\mu < 0,1 \Rightarrow A = \frac{1,07 \cdot M_a}{\sigma_s \cdot d} = \frac{1,07 \times 12,48 \times 10^3}{348 \times 16} = 2,4 \text{ cm}^2$$

11 Condition de non fragilité :

$$A_{\min} = \max \left\{ \frac{b \cdot h}{1000}; 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} \right\} = \max\{1,8; 1,76\} = 1,8 \text{ cm}^2$$

$$A = \max (A_1 ; A_{\min}) \Rightarrow A = 2,4 \text{ cm}^2$$

on prend $A = 4\text{T}10/\text{ml} = 3,14 \text{ cm}^2$

12 L'espacement :

$$S \leq \min(3h, 33\text{cm}) = \min(54\text{cm}, 33\text{cm}) \Rightarrow S \leq 33 \text{ cm}$$

on prend $S = 25\text{cm}$

Armature de répartition :

$$A = \frac{A_r}{4} = \frac{3,14}{4} = 0,78\text{cm}$$

on prend $A = 3\text{T}10 = 2,36\text{cm}^2$

13 L'espacement :

$$S \leq \min(4h, 45\text{cm}) = \min(71\text{cm}, 45\text{cm}) \Rightarrow e \leq 45 \text{ cm}$$

on prend $S = 30\text{cm}$

N.B : pour la disposition, le diamètre choisi ne doit pas dépasser ($h/10$)

Avec h : épaisseur de la paillasse

$$\phi < 18/10 = 1,8\text{cm} \dots\dots\dots (\text{C.V})$$

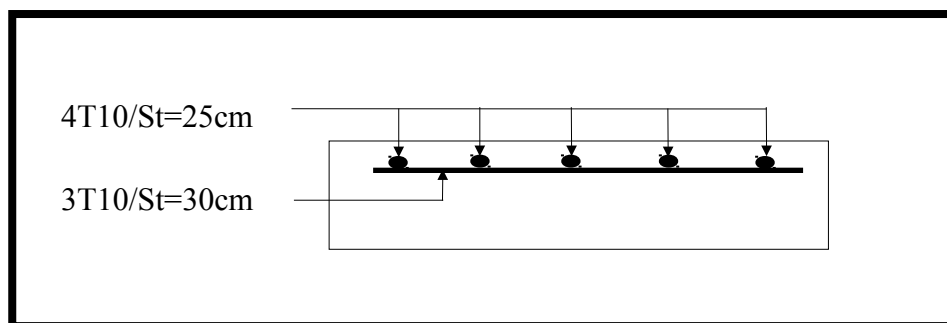


Fig4.15 ferrailage de l'escalier sur appui B

3.3.5. Vérification (L'E.L.U.R):

0 Vérification de l'effort tranchant

Puisque les armatures ne sont pas exposées aux intempéries, la fissuration est peu nuisible

$$V_{\max} = 44,29 \text{ KN}$$

$$\tau_U = \frac{V_{\max}}{b.d} = \frac{44,29 \times 10}{100 \times 16} = 0,28\text{MPa}$$

$$\tau_U \leq \overline{\tau_U} = \min\left(0,2 \cdot \frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 5\text{MPa}\right) = 2,93\text{MPa}$$

$$\tau_U = 0,28 \text{ Mpa} \leq \overline{\tau_u} = 2,93 \text{ Mpa} \dots\dots\dots (\text{CV})$$

2) Vérification de l'influence des efforts tranchants aux voisinages de l'appui :

a) Appui A :

Compression du béton :

$$V_U \leq 0,4.a.b.\frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Avec : $a = \min(\alpha', 0,9.d) = \min((30-2 \times 2), 0,9 \times 16) = 14,4 \text{ cm}$

$$V_U = 44,29 \text{ KN} \leq 0,4 \times 0,144 \times 1 \times \frac{22}{1,5} \times 10^3 = 0,8448 \text{ MN} = 844,8 \text{ KN} \dots\dots\dots (\text{C.V})$$

Armatures longitudinales :

$$A_s = 10,78 \text{ cm}^2 \geq \frac{V_u + H_u}{f_e / \gamma_s} = \frac{44,29 + \frac{-47,22}{0,9 \times 0,16}}{400/1,15} \times 10 = -8,15 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots (\text{CV})$$

b) Appui B :

Compression du béton :

$$V_U \leq 0,4.a.b.\frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Avec : $a = \min(\alpha', 0,9.d) = \min((30-2 \times 2), 0,9 \times 16) = 14,4 \text{ cm}$

$$V_U = 34,13 \text{ KN} \leq 0,4 \times 0,144 \times 1 \times \frac{22}{1,5} \times 10^3 = 0,8448 \text{ MN} = 844,8 \text{ KN} \dots\dots\dots (\text{C.V})$$

Armatures longitudinales :

$$A_s = 3,14 \text{ cm}^2 \geq \frac{V_u + H_u}{f_e / \gamma_s} = \frac{34,13 + \frac{-12,48}{0,9 \times 0,16}}{400/1,15} \times 10 = -1,51 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots (\text{CV})$$

Contrainte moyenne de compression sur l'air d'appuis intermédiaires: (B.A.E.L 91 pages 204):

$$\sigma_{bc.moyenne} = \frac{Nu}{B} = \frac{R_B}{a \times b} = \frac{54,42 \times 10}{30 \times 30} = 0,6 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{bc.moyenne} = 0,6 \text{ Mpa} \leq 1,3 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = 1,3 \times \frac{22}{1,5} = 19,07 \dots\dots\dots (\text{C.V})$$

3.3.6. Vérification (L'E.L.S):

$$0 \quad \text{En travée} \quad M_s = 19,51 \text{ KN.m} \quad ; A = 5,65 \text{ cm}^2 \quad ; A' = 0 \text{ cm}^2$$

Position de l'axe neutre:

Y est solution de l'équation du deuxième degré suivante

$$b.y^2 + 30.(A_s + A'_s).y - 30(d.A_s + d'.A'_s) = 0$$

$$A'_s = 0 \longrightarrow b.y^2 + 30.(A_s).y - 30(d.A_s) = 0$$

$$100.y^2 + 30 \times 5,65 \times y - 30 \times 18 \times 5,65 = 0$$

$$100.y^2 + 169,5y - 3051 = 0 \longrightarrow y = 4,74 \text{ cm}$$

Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} Y^3 + 15 A (d - Y)^2$$

$$I = \frac{100}{3} (4,74)^3 + 15 \times 4,65 \times (16 - 4,74)^2$$

$$I = 12394,94 \text{ cm}^4$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{19,51 \times 10^3}{12394,94} = 1,57 \text{ Mpa / cm}$$

Etat limite de compression du béton :

$$\sigma_b = K \cdot y = 1,57 \times 4,74 = 7,44 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_b} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 22 = 13,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 7,44 \text{ MPa} < \overline{\sigma_b} = 13,2 \text{ MPa} \dots\dots\dots CV$$

Donc les armatures calculées à l'E.L.U.R sont convenables.

Etat limite d'ouverture des fissures :

NB : Les fissuration est peu nuisible la vérification pour l'état limite d'ouverture des fissures n'est pas nécessaire.

1 sur appuis A :

$$M_s = -34,09 \text{ KN.m} \quad ; A = 10,78 \text{ cm}^2 \quad ; A' = 0 \text{ cm}^2$$

Position de l'axe neutre:

Y est solution de l'équation du deuxième degré suivante

$$b \cdot y^2 + 30 \cdot (A_s + A'_s) \cdot y - 30(d \cdot A_s + d' \cdot A'_s) = 0$$

$$A'_s = 0 \longrightarrow b \cdot y^2 + 30 \cdot (A_s) \cdot y - 30(d \cdot A_s) = 0$$

$$100 \cdot y^2 + 30 \times 10,78 \times y - 30 \times 16 \times 10,78 = 0$$

$$100y^2 + 323,4y - 51744,4 = 0 \longrightarrow y = 5,76 \text{ cm}$$

Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} Y^3 + 15 A (d - Y)^2$$

$$I = \frac{100}{3} (5,76)^3 + 15 \times 10,78 \times (16 - 5,76)^2$$

$$I = 23325,56 \text{ cm}^4$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{34,09 \times 10^3}{23325,56} = 1,46 \text{ Mpa / cm}$$

a) Etat limite de compression du béton :

$$\sigma_b = K \cdot y = 1,46 \times 5,76 = 8,45 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_b} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 22 = 13,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 8,45 \text{ MPa} < \overline{\sigma_b} = 13,2 \text{ MPa} \dots\dots\dots CV$$

Donc les armatures calculées à l'E.L.U.R sont convenables

b) Etat limite d'ouverture des fissures :

NB : Les fissuration est peu nuisible la vérification pour l'état limite d'ouverture des fissures n'est pas nécessaire.

2 sur appuis B:

$$M_s = -9,16 \text{ KN.m} \quad ; A = 3,14 \text{ cm}^2 \quad ; A' = 0 \text{ cm}^2$$

Position de l'axe neutre:

Y est solution de l'équation du deuxième degré suivante

$$b.y^2 + 30.(A_s + A'_s).y - 30(d.A_s + d'.A'_s) = 0$$

$$A'_s = 0 \longrightarrow b.y^2 + 30.(A_s).y - 30(d.A_s) = 0$$

$$100.y^2 + 30 \times 3,14 \times y - 30 \times 16 \times 3,14 = 0$$

$$100y^2 + 94,2y - 1507,2 = 0 \longrightarrow y = 3,45 \text{ cm}$$

Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} Y^3 + 15 A (d - Y)^2$$

$$I = \frac{100}{3} (3,45)^3 + 15 \times 3,14 \times (16 - 3,45)^2$$

$$I = 8787,15 \text{ cm}^4$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{9,16 \times 10^3}{8787,15} = 1,04 \text{ Mpa / cm}$$

a) Etat limite de compression du béton :

$$\sigma_b = K.y = 1,04 \times 3,45 = 3,59 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_b = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 22 = 13,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 3,59 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_b = 13,2 \text{ MPa} \dots\dots\dots CV$$

Donc les armatures calculées à l'E.L.U.R sont convenables

b) Etat limite d'ouverture des fissures :

NB : Les fissuration est peu nuisible la vérification pour l'état limite d'ouverture des fissures n'est pas nécessaire.

Schéma de ferrailage :

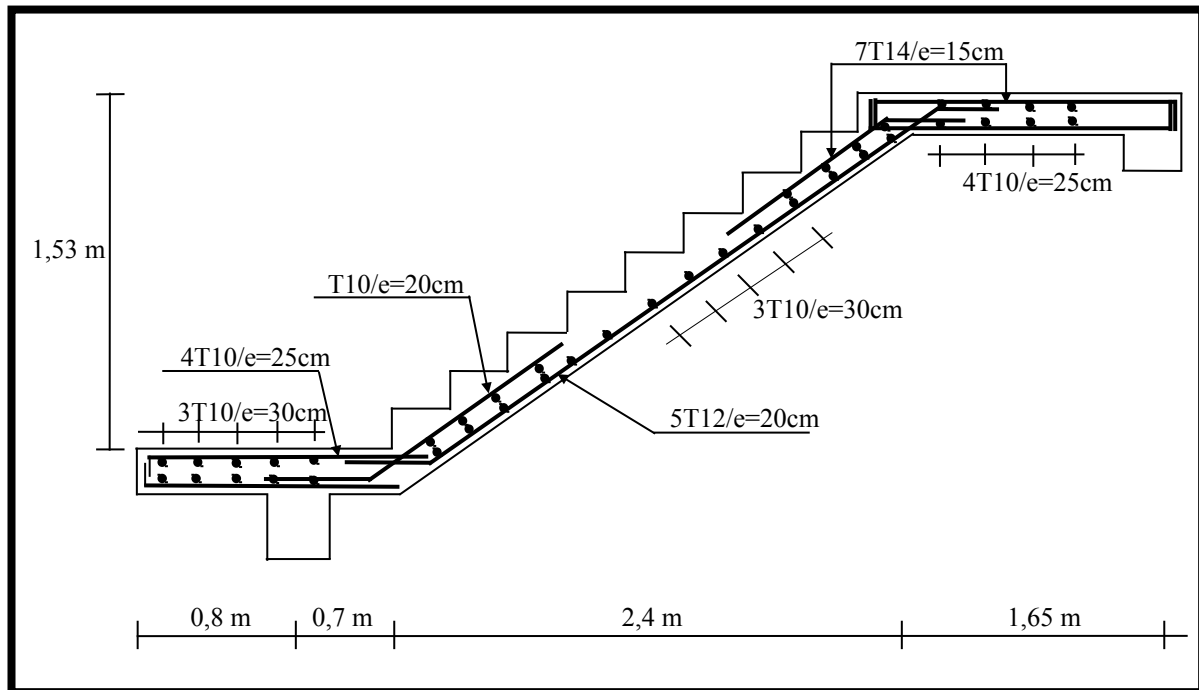


Fig. 4 : ferrailage finale de l'escalier

3.3.6. CALCUL DE LA POUTRE PALIERE :

a- Définition :

La poutre palier reçoit le chargement qui provient de la paillasse et palier en plus de son poids propre, elle est encastrée dans les deux cotés.

Pré dimensionnement :

On prend une section de $30 \times 30 \text{ cm}^2$

b- Évaluation des charges :

Poids propre de la poutre : $0,30 \times 0,30 \times 25 = 2,25 \text{ KN / ml}$

Réaction du palier (E.L.U.R) : $R = 54,42 \text{ KN / ml}$

Réaction du palier : (E.L.S) $R = 39,52 \text{ KN / ml}$

E.L.U.R : $P_u = 54,42 + 1,35 \times 2,25 = 57,45 \text{ KN / ml}$

E.L.S : $P_s = 39,52 + 2,25 = 41,77 \text{ KN / ml}$

Type de charge	Lourde	Moyenne	Légère
----------------	--------	---------	--------

Charge (KN/ml)	$P > 45$	$15 < P < 45$	$P < 15$
m	$10 \div 12$	$12 \div 15$	$15 \div 20$

$45 \text{ KN/ml} < P_u = 57,45 \text{ KN/ml} \Rightarrow$ charge lourde, d'après le tableau on prend :

$$m = 10 \div 12 \quad L = 2,74 \text{ m}$$

$$\frac{274}{12} \leq h \leq \frac{274}{10} \Rightarrow 22,83 \text{ cm} \leq h \leq 27,4 \text{ cm}$$

On prend : **$h = 30 \text{ cm}$** .

La largeur b comprise entre $0,3h$ et $0,7h$

$$0,3h \leq b \leq 0,7h \Rightarrow 9 \text{ cm} \leq b \leq 21 \text{ cm}$$

On prend : **$b = 30 \text{ cm}$** .

Vérification des conditions exigées par R.P.A.99 :

$$B = 30 \text{ cm} \geq 20 \text{ cm} \quad \text{..... (c.v.)}$$

$$h = 30 \text{ cm} \geq 30 \text{ cm} \quad \text{..... (c.v.)}$$

$$\frac{h}{b} = 1 < 4 \text{ cm} \quad \text{..... (c.v.)}$$

$$b_{\max} < 1,5h + b_1 \quad \text{..... (c.v.)}$$

4.4.3 Sollicitations:

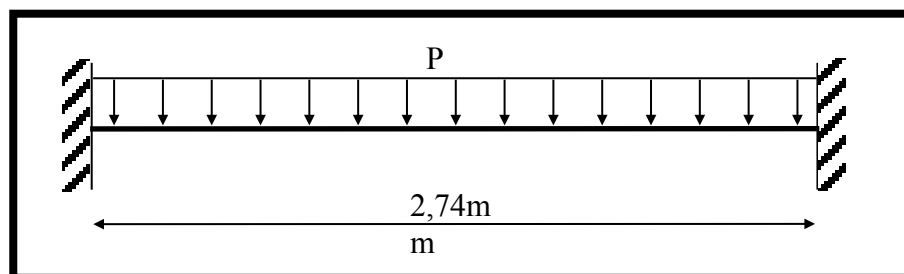


Fig : Schéma statique de la poutre palière

1) Etat limite ultime

$$\text{Moments aux appuis : } M_a = -\frac{P_u \times l^2}{12} = -\frac{57,45 \times 2,74^2}{12} = -35,94 \text{ KN.m}$$

$$\text{Moments en travée : } M_t = \frac{P_u \times l^2}{24} = \frac{57,45 \times 2,74^2}{24} = 17,97 \text{ KN.m}$$

$$\text{Effort tranchant : } T = \frac{P_u \times l}{2} = \frac{57,45 \times 2,74}{2} = 78,7 \text{ KN}$$

2) Etat limite de service

$$\text{Moments aux appuis : } M_a = -\frac{P_s \times l^2}{12} = -\frac{41,77 \times 2,74^2}{12} = -26,13 \text{ KN.m}$$

$$\text{Moments en travée : } M_t = \frac{P_u \times l^2}{24} = \frac{41,77 \times 2,74^2}{24} = 13,07 \text{ KN.m}$$

$$\text{Effort tranchant : } T = \frac{P_s \times l}{2} = \frac{41,77 \times 2,74}{2} = 57,22 \text{ KN}$$

Ferrailage :

A) Armatures longitudinales à E.L.U.R :

$$h = 30 \text{ cm}, \quad b = 30 \text{ cm}, \quad c = c' = \frac{h}{10} = 3 \text{ cm}, \quad d = 27 \text{ cm}$$

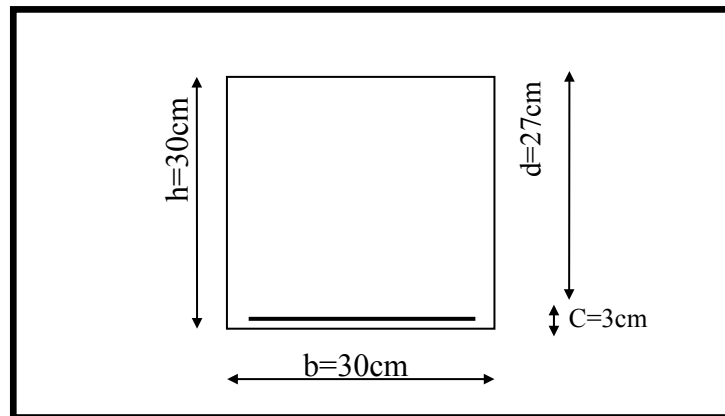


Fig4.18 Dimensions de la poutre palière

1) Le ferrailage en travée :

$$Mu = Mt + 0,2Ma = 25,15 \text{ KN.m}$$

Puisque ($M_U > 0$) le ferrailage se trouve dans la partie inférieure de la section

$$\mu = \frac{M_u}{\sigma_b \cdot b \cdot d^2} = \frac{25,15 \times 10^3}{12,47 \times 30 \times 27^2} = 0,092 \leq \mu_l = 0,392 \Rightarrow A' = 0$$

$$\mu = 0,092 \leq 0,1$$

Pour déterminer la section des armatures longitudinales on utilise la méthode rapide :

$$A = \frac{1,07 \cdot Mu}{d \cdot \sigma_s} = \frac{1,07 \times 25,15 \times 10^3}{27 \times 348} = 2,86 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité :

$$A_{\min} = \max \left\{ \frac{bh}{1000}; 0,23bd \frac{f_{t28}}{f_e} \right\} = \max \left\{ \frac{30 \times 30}{1000}; 0,23 \times 30 \times 27 \times \frac{1,92}{400} \right\}$$

$$A_{\min} = \max \{ 0,9; 0,89 \} = 0,9 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \max(A_{\min}; A) = 2,86 \text{ cm}^2$$

On prend : $A_s = 3T12 = 3,39 \text{ cm}^2$

2) Le ferrailage sur appui :

$$Mu_{\text{Appui } A} = 0,8Ma = -28,73 \text{ KN.m}$$

Puisque ($MU < 0$) le ferrailage se trouve dans la partie supérieure de la section

$$\mu = \frac{Mu_A}{\sigma_b \cdot b \cdot d^2} = \frac{28,73 \times 10^3}{12,47 \times 30 \times 27^2} = 0,105 \leq \mu_l = 0,392 \Rightarrow A' = 0$$

$$\beta = 0,5 + \frac{\sqrt{1-2\mu}}{2} = 0,5 + \frac{\sqrt{1-2 \times 0,105}}{2} = 0,94$$

$$A = \frac{Mu_a}{\sigma_s \cdot \beta \cdot d} = \frac{28,73 \times 10^3}{348 \times 0,94 \times 27} = 3,25 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité :

$$A_{\min} = \max \left\{ \frac{bh}{1000}; 0,23bd \frac{f_{t28}}{f_e} \right\} = \max \left\{ \frac{30 \times 30}{1000}; 0,23 \times 30 \times 27 \times \frac{1,92}{400} \right\}$$

$$A_{\min} = \max \{0,9; 0,89\} = 0,9 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \max(A_{\min}; A) = 3,25 \text{ cm}^2$$

On prend : $A_s = 3T12 = 3,39 \text{ cm}^2$

Vérification a (E.L.U.R):

1) l'effort tranchant:

$$\tau_u = \frac{V_u}{b \times d} = \frac{78,7 \times 10}{30 \times 27} = 0,97 \text{ MPa}$$

La fissuration est peu nuisible :

$$\tau_u \leq \min \left(\frac{0,2 f_{ct28}}{\gamma_b}; 5 \text{ MPa} \right) = \left(\frac{0,2 \times 22}{1,5}; 5 \text{ MPa} \right) = 2,93 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,97 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 2,93 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{(C.V)}$$

14 Diamètre des Armatures transversales :

$$\phi_t \leq \min \left\{ \frac{h}{35}; \frac{b}{10}; \phi_{l \min} \right\} = \min \left\{ \frac{300}{35}; \frac{300}{10}; 12 \right\} = 8,57 \text{ mm}$$

$$\text{On prend : } \phi_t = 8 \text{ mm}$$

$$A_t = m_t \times a_t = m_t \times \frac{\pi \times d^2}{4} = 4 \times \frac{3,14 \times 0,08^2}{4} = 2,01 \text{ cm}^2..$$

15 Espacement des Armatures transversales : (BAEL91 modifié 99, page 198)

$$\tau_t = \tau_u - \tau_b \geq 0,32 \text{ MPa}$$

$$\tau_b = 0,3 \times f_{t28} \times k = 0,3 \times 1,92 \times 1 = 0,576 \text{ MPa} \quad (K=1 \text{ Sans reprise de bétonnage})$$

$$\tau_t = 0,97 - 0,576 = 0,394 \text{ MPa} \geq 0,32 \text{ MPa}.. \dots\dots\dots \text{(C.V)}$$

$$\text{On prend: } \tau_t = 0,394 \text{ Mpa}$$

$$S_t \leq \min(0,9.d; 40cm)$$

$$S_t \leq \min(0,9 \times 27; 40cm)$$

$$S_t \leq \min(24,3; 40cm) = 24,3cm$$

On prend: $S_t = 20cm$

Espacement exigé par RPA 99

(Zone nodale). $S_t \leq \min(10; 12\phi) \leq \min(10; 12 \times 1,2) = 10cm$.

On prend : $S_t = 10 cm$

16 Condition de non fragilité :

$$\rho_t \geq \rho_{t, \min} = \frac{1}{f_e} \max \left\{ \frac{\tau_u}{2}; 0,4MPa \right\}$$

$$S_t = \frac{A_t}{b_0 \cdot \rho_t} \longrightarrow \rho_t = \frac{A_t}{b_0 \cdot S_t}$$

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_0 \cdot S_t} \geq \max \left(\frac{\tau_u}{2}; 0,4Mpa \right)$$

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_0 \cdot S_t} = \frac{2,01 \times 400}{30 \times 20} = 1,34Mpa \geq \max \left(\frac{0,97}{2} = 0,485Mpa; 0,4Mpa \right) = 0,485Mpa$$

Quantité d'armatures transversale :

$$A_{t, \min} = 0,003 \times S_t \times b = 0,003 \times 20 \times 30 = 1,8cm^2$$

$$A_t = 2,01cm^2 > A_{t, \min} = 1,8cm^2 \dots\dots\dots CV$$

2) Influence de l'effort tranchant au voisinage des appuis :

Au niveau de l'appui de rive on doit vérifier que :

$$V_u \leq 0,4.a.b_0 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

$$a = \min(a'; 0,9d)$$

$$a' = b - 2 \times C = 30 - 2 \times 3 = 24 cm$$

$$a = \min(24; 24,3) = 24cm$$

$$V_u = 78,7KN < 0,4 \times 24 \times \frac{30 \times 22}{1,5} \times 10^{-1} = 422,4KN \dots\dots\dots CV$$

3) Influence de l'effort tranchant sur les armatures longitudinales :

$$A_s \geq \frac{V_u + H_u}{f_e / \gamma_s}$$

$$H_u = \frac{M_u}{0,9.d}$$

$$V_u + \frac{M_u}{0,9.d} = 78,66 - \frac{28,73 \times 10^2}{0,9 \times 27} = -39,57KN < 0$$

Les armatures longitudinales ne sont soumises à aucun effort de traction donc aucune vérification à faire.

Vérification à (E.L.S) :

1) En travée :

$$M_s = 18,3 \text{ KN.m} \quad ; A = 3,39 \text{ cm}^2 \quad ; A' = 0 \text{ cm}^2$$

17 Position de l'axe neutre:

Y est solution de l'équation du deuxième degré suivante

$$b.y^2 + 30.(A_s + A'_s).y - 30(d.A_s + d'.A'_s) = 0$$

$$A'_s = 0 \longrightarrow b.y^2 + 30.(A_s).y - 30(d.A_s) = 0$$

$$30.y^2 + 30 \times 3,39 \times y - 30 \times 27 \times 3,39 = 0$$

$$30y^2 + 101,7y - 2745,9 = 0 \longrightarrow y = 8,02 \text{ cm}$$

Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} Y^3 + 15 A (d - Y)^2$$

$$I = \frac{30}{3} \times (8,02)^3 + 15 \times 3,39 \times (27 - 8,02)^2$$

$$I = 23476,72 \text{ cm}^4$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{18,3 \times 10^3}{23476,72} = 0,78 \text{ Mpa / cm}$$

a) Etat limite de compression du béton :

$$\sigma_b = K.y = 0,78 \times 8,02 = 6,25 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma_b} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 22 = 13,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 6,25 \text{ MPa} < \overline{\sigma_b} = 13,2 \text{ MPa} \dots\dots\dots CV$$

Donc les armatures calculées à l'E.L.U.R sont convenables

b) Etat limite d'ouverture des fissures :

NB : Les fissuration est peu nuisible la vérification pour l'état limite d'ouverture des fissures n'est pas nécessaire.

c) Etat limite de déformation :

$$\frac{h}{L} \geq \frac{M_t}{10M_0} \Rightarrow \frac{35}{274} = 0,123 > \frac{17,97}{10 \times 53,91} = 0,0333 \dots\dots\dots CV$$

$$\frac{A_x}{b.d} \leq \frac{4,2}{f_e} \Rightarrow \frac{3,39}{30 \times 35} = 0,0032 < \frac{4,2}{400} = 0,0105 \dots\dots\dots CV$$

Puisque les deux conditions sont vérifiées donc le calcul de la flèche n'est pas nécessaire

1 sur appuis A :

$$M_s = -20,9 \text{ KN.m} \quad ; A = 3,39 \text{ cm}^2 \quad ; A' = 0 \text{ cm}^2$$

18 Position de l'axe neutre:

Y est solution de l'équation du deuxième degré suivante

$$b.y^2 + 30.(A_s + A'_s).y - 30(d.A_s + d'.A'_s) = 0$$

$$A'_s = 0 \longrightarrow b.y^2 + 30.(A_s).y - 30(d.A_s) = 0$$

$$30.y^2 + 30 \times 3,39 \times y - 30 \times 27 \times 3,39 = 0$$

$$30y^2 + 101,7y - 2745,9 = 0 \longrightarrow y = 8,02 \text{ cm}$$

Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} Y^3 + 15 A (d - Y)^2$$

$$I = \frac{30}{3} \times (8,02)^3 + 15 \times 3,39 \times (27 - 8,02)^2$$

$$I = 23476,72 \text{ cm}^4$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{20,9 \times 10^3}{23476,72} = 0,89 \text{ Mpa / cm}$$

a) Etat limite de compression du béton :

$$\sigma_b = K.y = 0,89 \times 8,02 = 7,14 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_b = 0,6 f_{c28} = 0,6 \times 22 = 13,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 7,14 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_b = 13,2 \text{ MPa} \dots \dots \dots CV$$

Donc les armatures calculées à l'E.L.U.R sont convenables

b) Etat limite d'ouverture des fissures :

NB : Les fissuration est peu nuisible la vérification pour l'état limite d'ouverture des fissures n'est pas nécessaire.

4.4.7 Schéma de ferrailage :

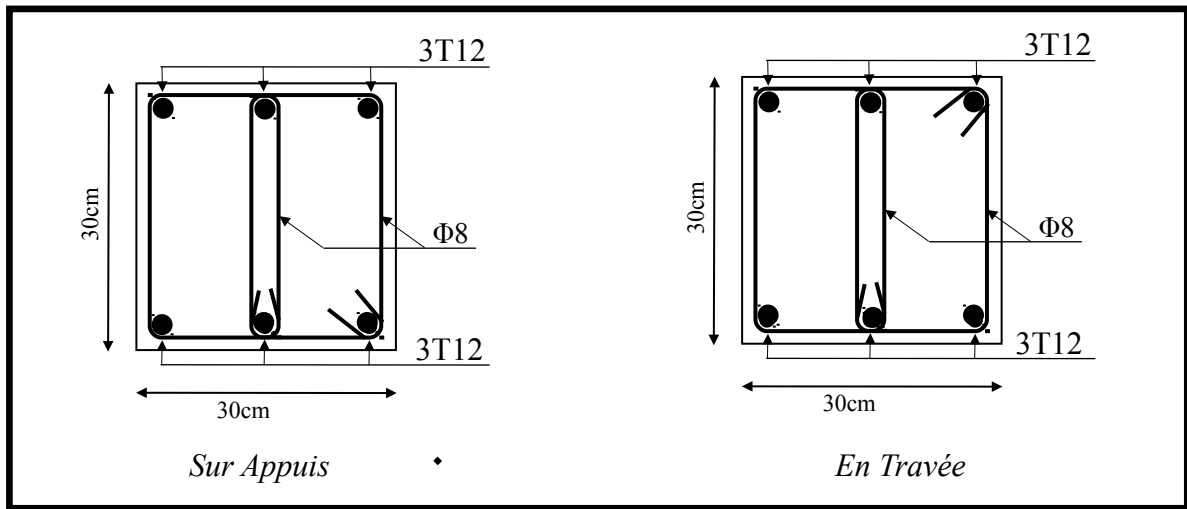


Fig : Ferrailage de la poutre palière