

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix - Travail - Patrie

UNIVERSITE DE DOUALA



INSTITUT UNIVERSITAIRE DE TECHNOLOGIE

THE UNIVERSITY INSTITUTE OF TECHNOLOGY

DEPARTEMENT GENIE CIVIL

CIVIL ENGINEERING DEPARTMENT

BP: 8698 Douala - Tel: 3407485 - Fax: 3402482 - URL: www.iut-douala.cm

REPUBLIC OF CAMEROON

Peace - Work - Fatherland

THE UNIVERSITY OF DOUALA



Génie Civil niveau 1

Béton Armé I Selon Eurocode 2

Notes de cours

Ces notes de cours ont été conçues pour permettre à l'étudiant de mieux maîtriser le calcul des structures en BA, pour compléter ses connaissances sur les procédés de construction des ouvrages et parties d'ouvrages en BA. Il est évident que la maîtrise de la technologie sur le matériau BA est nécessaire pour cette compréhension. Le cours est interactif, donc la présence de l'étudiant est capitale.

André Richard BEYEME OLINGA

Professeur de Génie Civil

beyemeolinga@yahoo.fr

2018 – 2019

SOMMAIRE

CHAPITRE 1 : INTRODUCTION AU BETON-ARME	3
1. Introduction	4
2. Historique.....	4
3. Avantages et inconvénient du BA.....	4
4. Principe de fonctionnement	5
5. Principe de calcul.....	6
CHAPITRE 2 : CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX.....	15
1. Caractéristiques du béton	16
1.1. Caractéristiques physiques et mécaniques du béton :.....	16
2. Caractéristiques des aciers pour BA.....	23
3. Association Acier – Béton	32
CHAPITRE 3 : CALCUL DES SECTIONS D'ARMATURE.....	38
I. HYPOTHESES DE CALCUL	39
1. Hypothèses générales	39
2. Vérification à l'ELS.....	39
3. Vérification à l'ELU	40
II. TRACTION.....	41
1. Limites à l'ELU	41
2. Limites à l'ELS	41
3. Principe de calcul.....	42
4. Armatures transversales.....	42
5. Application	43
III. COMPRESSION	43
1. Longueur de flambement et Elancement.....	44
2. Dimensionnement des armatures	47
3. Dispositions constructives	49
4. Application	49
IV. FLEXION	50
1. Hypothèses.....	51
2. Résistance des matériaux à l'ELU.....	51
3. Equilibre des sections à l'ELU.....	52
4. Calcul des armatures en flexion.....	54
BIBLIOGRAPHIE	58
ANNEXES	59
Annexe 1 : Tableau des sections d'armatures.....	59
Annexe 2 : Calcul section d'armature à la traction.....	60
Annexe 3 : Calcul section d'armature en compression.....	61
Annexe 4 : Calcul de section d'armature d'une poutre en flexion	62
Annexe 5 : Abaque de choix de μ en fonction de M_{Ed}/M_{ser}	63

Chapitre 1 : Introduction au béton-armé

Les nombreux ouvrages réalisés dans la construction sont généralement en :

- ☛ En bois,
- ☛ En acier,
- ☛ Ou en béton

Compte tenu des sollicitations que subissent ces structures, un certain nombre de dispositions technique doivent être prises pour permettre à l'ouvrage de résister à ces sollicitations et de garder la stabilité.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au Béton armé, aux règles techniques et à son historique.

1. Introduction

Le béton est un matériau composite formé par l'association du béton et de l'acier, qui allie la résistance à la compression du béton et à la traction de l'acier.

Le béton possède une grande résistance à la compression (de l'ordre de 10 à 100 MPa) et une résistance moindre à la traction (1/10 de la résistance à la compression). Dans les structures en béton, il se développe un ensemble de contraintes générées par les diverses actions auxquelles elles sont soumises. La résistance à la compression du béton lui permet d'équilibrer correctement les contraintes de compression. Par contre, du fait de la relative faiblesse de sa résistance à la traction, il n'en est pas de même pour les contraintes de traction. C'est pourquoi l'on dispose dans les parties sollicitées par la traction d'un ouvrage en béton, des armatures (barres ou treillis soudés) en acier (matériau qui présente une bonne résistance à la traction et à la compression).

Dans cette association, Chaque constituant joue ainsi son rôle au mieux de ses performances :

- ☛ le béton travaille en compression (Résistance à la compression = 20 MPa à 40MPa ; Résistance à la traction = 2 MPa à 4MPa)
- ☛ l'acier en traction et même en compression. (200 MPa à 500 MPa)

2. Historique

L'idée d'associer au béton des armatures d'acier disposées dans les parties sollicitées en traction revient à J. Lambot (1848) et à J. Monier (1849), qui déposa un brevet pour des caisses horticoles en ciment armé.

Les premières applications du béton armé dans des constructions sont dues à **E. Coignet**, puis à **F. Hennebique**, qui a réalisé le premier immeuble entièrement en béton armé en 1900.

La quantité d'armatures et leur disposition, dictées par la répartition des contraintes, résultent de calculs qui font appel aux lois de comportement des matériaux. Les bétons sont en majorité employés en association avec des armatures en acier. Les armatures sont dans le cas du béton armé appelées « armatures passives » en opposition des « armatures actives » du béton précontraint.

3. Avantages et inconvénient du BA

Tableau 1 : avantages et inconvénients du BA

Avantages	Inconvénients
Matériau économique : Le béton est le moins coûteux des matériaux résistant à la compression et susceptible d'être associé à d'autres éléments. On dit que l'acier est actuellement le seul matériau utilisé dans la fabrication des armatures parce que sa résistance est moins chère des matériaux pouvant être résistés à la traction.	Le poids : les ouvrages en B.A sont plus lourds que les autres modes de constructions.

La souplesse d'utilisation : le béton étant mis en place (dans des moules : coffrage) à l'état pâteux ; il est possible de réaliser des constructions aux formes les plus variées et les armatures peuvent être facilement liées. Les assemblages entre différents éléments en béton se réalisent par simple contact. Le béton armé se traite facilement à la préfabrication en usine.	L'exécution : pour exécuter un ouvrage en béton armé il faut : ✓ Préparation de coffrage qui demande beaucoup de temps et un travail de charpente important. Ce coffrage doit rester en place jusqu'à ce que le béton atteigne une résistance suffisante. ✓ La mise en place des armatures ✓ pendant et après les mises en place du béton, il faut prendre des précautions pour le protéger contre le gel et l'évaporation de l'eau. ✓ Le contrôle de la qualité du matériau confectionné lors du gâchage.
Economie d'entretien : les constructions en béton armé ne nécessitent aucun entretien, tandis que les constructions métalliques ont besoins d'être peintes régulièrement.	Brutalité des accidents : les accidents qui surviennent d'un ouvrage en béton armé sont en général soudains ou brutaux, en général ces accidents sont dus à des erreurs de calculs ou de réalisations.
Résistance au feu : les constructions en béton armé se comportent beaucoup mieux en cas d'incendie que les constructions métallique ou en bois. Le béton, grâce à sa mauvaise conductibilité thermique retarde les effets de la chaleur sur les armatures, il est possible de remettre en service la construction après les réparations superficielles ce qui est impossible pour les constructions métalliques. Cette propriété a permis d'utiliser le béton armé dans certaines parties des fours.	Difficulté de modification d'un ouvrage déjà réalisé : il est difficile de modifier un élément déjà réalisé.
Résistance aux efforts accidentels : le béton armé en raison de son poids important est moins sensible aux variations de surcharges que d'autres modes de constructions.	
Durabilité : le béton armé résiste bien à l'action de l'eau et de l'air la seule condition à observer est la protection des armatures.	

4. Principe de fonctionnement

Dans une structure en BA, compte tenu du principe relevé plus haut et du fait que le béton est la composante principale, les aciers chargés de reprendre les sollicitations de traction sont positionnés dans la zone de béton tendue pour compenser la mauvaise résistance du béton à la traction.

Le choix, la quantité et la position de ces aciers ne se font pas de manière hasardeuse, mais sont régis par des normes nationales et internationales, formant un ensemble cohérent et

homogène de règles techniques de conception. Ces normes sont contenues dans les Règles BAEL¹ 91 ou 99, et plus récemment les EUROCODES (Eurocodes 2).

5. Principe de calcul

Les règles de calcul sont conçues de façon à garantir la sécurité et la pérennité des structures. Ils précisent le niveau maximal des actions pouvant s'exercer sur un ouvrage pendant sa durée d'utilisation. Ce niveau est atteint par la prise en compte dans les calculs de valeurs caractéristiques des actions et de coefficients de sécurité majorant les sollicitations qui résultent de ces actions. La probabilité d'occurrence simultanée d'actions indépendantes peut être très variable selon leur nature. Il est donc nécessaire de définir les combinaisons d'actions dans lesquelles, à la valeur caractéristique d'une action dite de base, s'ajoutent des valeurs caractéristiques minorées d'autres actions dites d'accompagnement.

Une structure doit être conçue et dimensionnée pour avoir une résistance structurale, une aptitude au service et une durabilité de niveaux appropriés.

Tableau 2 : La durée indicative d'utilisation des projets selon normes NF EN 1990

Catégorie de durée d'utilisation de projet	Durée indicative d'utilisation de projet (en années)	Exemples
1	10	Structures provisoires
2	10 - 25	Éléments structuraux remplaçables
3	15 - 30	Structures agricoles et similaires
4	50	Bâtiments et autres structures courantes
5	100	Structures monumentales de bâtiments, ponts, et autres ouvrages de génie civil.

Des coefficients de sécurité minorateurs sont aussi appliqués aux valeurs des résistances caractéristiques des matériaux utilisés. Les valeurs de ces coefficients sont différentes selon les principes de calcul adoptés :

☛ Principe classique ou calcul dit « aux contraintes admissibles »

Utilisé avant la mise au point des règles BAEL et EUROCODES, il conduisait seulement à vérifier que les contraintes de service d'un élément de structure demeuraient à l'intérieur d'un domaine défini par les valeurs bornées des contraintes ; celles-ci étaient égales aux contraintes de rupture des matériaux, minorées par un coefficient de sécurité. Cette méthode ne reflétait pas toujours la sécurité réelle offerte par les structures.

¹ BAEL : Béton Armé aux Etats Limites

$$\sigma \leq \sigma_{adm} = R_{pe} = \frac{R_e}{s}$$

☛ Principe de la théorie probabiliste de la sécurité

Il consiste à définir la sécurité par un seuil de probabilité; un ouvrage sera acceptable si la probabilité de ruine reste inférieure à une probabilité fixée à l'avance. Cette valeur varie en fonction de la durée de vie de la construction, du risque et du coût. Cette méthode a multiple difficultés.

- ✓ On ne peut pas définir la probabilité de ruine et son évolution dans le temps.
- ✓ On ne peut pas recenser tous les facteurs aléatoires d'une incertitude.

☛ Principe de la théorie semi-probabiliste ou théorie des états limites

Cette démarche permet de dimensionner une structure de manière à offrir une probabilité acceptable de ne pas atteindre un « état limite », qui la rendrait impropre à sa destination.

Cette théorie consiste à :

- a) Définir les phénomènes que l'on veut éviter (l'état limite), ces phénomènes sont :
 - ✓ Ouverture des fissures soit par :
 - Compression successive dans le béton.
 - Traction successive dans l'acier.
 - ✓ Déformation importante dans l'ensemble.
- b) Estimer la gravité des risques liés à ces phénomènes (on distingue les états limites ultimes et les états limites de services).
- c) Dimensionner les éléments de la construction de telle manière que la probabilité d'atteindre l'un de ces phénomènes reste faible.

5.1. Principe de calcul aux Etats Limites

On entend par État Limite, l'état d'une structure au-delà duquel sa fonction n'est plus remplie. La méthode de calcul « aux états limites » se fonde sur une approche semi-probabiliste de la sécurité. Ce type de calcul permet de dimensionner une structure de manière à offrir une probabilité acceptable de ne pas atteindre un « état limite », qui la rendrait impropre à sa destination.

On distingue deux familles d'états limites : les États Limites de Service (**ELS**) et les États Limites Ultimes (**ELU**).

La méthode de calcul « aux états limites » applique des coefficients de sécurité partiels d'une part aux résistances et d'autre part aux actions (et donc aux sollicitations).

La notion d'État Limite se traduit essentiellement au niveau des critères de calcul par des coefficients partiels de sécurité afin de traiter les différentes incertitudes liées aux propriétés des matériaux et à la réalisation de l'ouvrage.

5.1.1. Etats Limites Ultimes (ELU)

Les États Limites Ultimes (ELU) concernent la sécurité des personnes et/ou la sécurité de la structure et des biens. Ils incluent éventuellement les états précédant un effondrement ou une rupture de la structure.

Ils correspondent au maximum de la capacité portante de l'ouvrage ou d'un de ses éléments par :

- ☛ perte d'équilibre statique;
- ☛ rupture ou déformation plastique excessive;
- ☛ instabilité de forme (flambement).

La norme NF EN 1990 définit quatre catégories d'États Limites Ultimes :

- ☛ **Etat limite Ultime d'équilibre statique (EQU)** : perte d'équilibre statique de la structure ou d'une partie de la structure,
- ☛ **Etat limite Ultime de stabilité de forme (STR)** : défaillance ou déformation excessive d'éléments structuraux
- ☛ **Etat Limite Ultime de la résistance du sol (GEO)** : défaillance due au sol
- ☛ **Etat Limite Ultime de résistance des matériaux (FAT)** : défaillance de la structure ou d'éléments de la structure due à la fatigue

5.1.2. États Limites de Service (ELS)

Les États Limites de Service (ELS) correspondent à des états de la structure lui causant des dommages limités ou à des conditions au-delà desquelles les exigences d'aptitude au service spécifiées pour la structure ou un élément de la structure ne sont plus satisfaites (fonctionnement de la structure ou des éléments structuraux, confort des personnes, aspect de la construction). Ils sont relatifs aux critères d'utilisation courants : déformations, vibrations, durabilité. Leur dépassement peut entraîner des dommages à la structure mais pas sa ruine.

On distingue :

- ☛ **les ELS réversibles** qui correspondent à des combinaisons d'actions fréquentes ou quasi permanentes ;
- ☛ **ELS irréversibles** associés à des combinaisons d'actions caractéristiques.

5.2. Règlements Adoptés au Cameroun

5.2.1. Historique des règles

- ☛ Règles BA 45 (90 pages)
- ☛ Règles BA 60
- ☛ Règles CC BA 68
- ☛ Règles BAEL 80 modifiées en 83
- ☛ Règles BAEL 91 (145 pages)
- ☛ Eurocodes 2 "Règles unifiées communes pour les structures en béton"

Le Cameroun applique les règles internationales techniques admises par le BAEL (Béton Armé aux Etats Limites) et complétées tout récemment par les Eurocodes. A ces règles peuvent s'ajouter des recommandations spécifiques au Cameroun et liées à son environnement.

5.2.2. Les Eurocodes :

EN 1990 : Bases de calcul des structures

EN 1991 : Actions sur les structures (EC1)

EN 1992 : Structures en béton (EC2)

EN 1993 : Structures en acier (EC3)

EN 1994 : Structures mixtes acier-béton (EC4)

EN 1995 : Structures en bois (EC5)

EN 1996 : Structures en maçonnerie (EC6)

EN 1997 : Calcul géotechnique (EC7)

EN 1998 : Résistance au séisme (EC8)

EN 1999 : Structures en aluminium (EC9)

5.3. Actions et sollicitations :

5.3.1. Les actions

Les actions sont :

- ☛ un ensemble de forces ou de charges appliquées à la structure (action directe) ;
- ☛ un ensemble de déformations ou d'accéléérations imposées, résultant par exemple de variations de température, de tassements différentiels ou de tremblement de terre (action indirecte).

Elles se traduisent sur les éléments structuraux par des efforts internes, moments, contraintes, ou sur l'ensemble de la structure par des flèches ou des rotations.

Les actions sont classées en fonction de leur variation dans le temps, en quatre catégories :

- ✓ **les actions permanentes (G)** : par exemple le poids propre des structures, des éléments non structuraux (revêtements de sols, plafonds suspendus...), équipements fixes (ascenseur, équipements électriques...) et revêtements de chaussée, et les actions indirectes (provoquées par un retrait et des tassements différentiels) et les actions de la précontrainte; **Exemple** : le poids propre.

Tableau 3 : Densité apparente des matériaux (*Eurocodes*, Partie 1-1)

Matériau	Densité apparente (kN/m ³)
Béton de masse volumique normale	24,0
Béton armé de masse volumique normale	25,0
Béton armé frais de masse volumique normale	26,0

- ✓ **les actions variables (Q)** : par exemple les charges d'exploitation sur planchers, poutres et toits des bâtiments, les actions du vent, les charges de la neige, les charges de trafic routier ;

Tableau 4 : Charges d'exploitation sélectionnées pour les bâtiments selon la NBN EN 1991-1-1 ANB) : q = charges réparties et Q = charges ponctuelles.

Catégorie	Exemple d'utilisation	q_k (kN/m ²)	Q_k (kN)
A	Planchers	2,0	2,0
A	Escaliers	3,0	2,0
A	Balcons	4,0	2,0
B	Bureaux	3,0	3,0
C5	Zones susceptibles d'être fréquentées par une grande foule de personnes (par exemple, les bâtiments conçus pour les événements publics, comme les salles de concert, les salles de sport, y compris les tribunes, terrasses et zones d'accès et quais de gare)	5,0	4,5
D1	Zones de commerces de détail courants	5,0	4,0
D2	Zones de grandes surfaces	5,0	7,0
E1	Zones de stockage, y compris le stockage de livres et autres documents	7,5	7,0
F	Aires de circulation et de stationnement pour véhicules de poids total autorisé en charge (PTAC) ≤ 30 kN	2,5	20,0

NB :

1) Les charges définies pour les catégories B, C et D s'appliquent aux planchers, aux escaliers et aux balcons. La charge répartie sur les balcons ne sera toutefois pas inférieure à 4 kN/m².

2) EC2 6.2.1(3) P Pour assurer que le plancher présente une résistance locale minimale, une vérification séparée doit être effectuée avec une charge concentrée seule s'appliquant sur une surface carrée de 50 mm de côté.

3) Pour les marches d'escaliers, $Q_k = 3,0$ kN.

- ✓ **les actions accidentelles (A_d)** : par exemple les explosions ou les chocs de véhicules ;
- ✓ **les actions sismiques (A_{ed})** : les séismes.

Les actions sont également classées :

- ☛ selon leur origine, comme directes ou indirectes ;
- ☛ selon leur variation spatiale, comme fixes ou libres;
- ☛ ou, selon leur nature, comme statiques ou dynamiques.

5.3.2. Combinaison des actions

Les combinaisons d'actions sont définies pour des situations de projets, que la structure va rencontrer tant en phase d'exécution que d'exploitation ou de maintenance: situations de projets durables (correspondant à des conditions normales d'utilisation), transitoires (correspondant à des situations temporaires telles que l'exécution), accidentelles (incendie, chocs) ou sismiques (tremblement de terre).

Les combinaisons d'actions considérées doivent tenir compte des cas de charges pertinents, permettant l'établissement des conditions de dimensionnement déterminantes dans toutes les sections de la structure ou une partie de celle-ci.

a) Aux Etats Limites Ultimes : (E.L.U)

$$\gamma_G \cdot G_k + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i=1}^n \gamma_{Q1} \psi_{0,i} Q_i + A_d$$

γ_G : 1.35 si G favorable, et 1 si G défavorable

γ_{Q1} : Coefficient multiplicateur = **1,5** (Charges dominantes et charges d'accompagnement) dans le cas général.

G_k : Actions permanentes

Q_1 : Actions variables de base

Q_i : Actions variables d'accompagnement

A_d : Actions accidentelles

$$\psi_0 = 0,7 - \psi_1 = 0,5 - \psi_2 = 0,3 :$$

b) Aux Etats Limites de Service (ELS)

- ✓ Caractéristique : $G_k + Q_{k,1} + \sum_{i=1}^n \psi_{0,i} Q_{k,i}$
- ✓ Fréquente : $G_k + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} Q_{k,i}$
- ✓ Quasi permanente : $G_k + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} Q_{k,i}$

Tableau 5 : Valeurs de γ_G et γ_{Q1} en fonction des états limites et de l'environnement du projet.

	Actions permanentes		Actions variables favorables	Actions variables défavorables	
	favorables	défavorables	favorables	dominante	d'accompagn.
ELU	1,00	1,35	0	1,5	1,5 ψ_0
ELS caractéristique	1	1	0	1	ψ_0
ELS fréquente	1	1	0	ψ_1	ψ_2
ELS quasi-permanente	1	1	0	ψ_2	ψ_0
Pour les charges permanentes, il convient d'appliquer à toute la structure la valeur qui conduit à l'effet le plus défavorable.					
NBN EN 1990-ANB :2005 (F)					

Tableau 6 : Valeurs des coefficients ψ

Action	ψ_0	ψ_1	ψ_2
<i>Charges d'exploitation des bâtiments selon la catégorie (cfr EN 1991-1.1)⁽¹⁾</i>			
Catégorie A : habitation, usage résidentiel	0,7	0,5	0,3
Catégorie B : bureaux	0,7	0,5	0,3
Catégorie C : lieux de réunion (sauf surfaces de catégorie A, B et D)	0,7	0,7	0,6
Catégorie D : commerces	0,7	0,7	0,6
Catégorie E : aire de stockage	1,0	0,9	0,8
Catégorie F : aire de circulation/stationnement pour véhicules légers (poids en mouvement $\leq 30\text{kN}$; nombre de places < 8 hors conducteur)	0,7	0,7	0,6
Catégorie G : aire de circulation/stationnement pour véhicules moyens ($30\text{kN} < \text{poids en mouvement} \leq 160\text{kN}$)	0,7	0,5	0,3
Catégorie H : toitures	0	0	0
<i>Actions de la neige et de la glace (cf. EN 1991-1.3)</i>			
Pour toute la Belgique (altitude $H \leq 1000\text{ m}$)	0,5 ⁽³⁾	0 ⁽⁴⁾	0
<i>Actions du vent sur les bâtiments (cf. EN 1991-1.4)</i>	0,6 ⁽³⁾	0,2 ⁽⁵⁾	0
<i>Actions de la température (hormis les cas d'incendie) (cf. EN 1991-1.5)</i>	0,6	0,5	0
<i>Tassements (cf. EN 1997)</i>	1,0	1,0	1,0
<i>Actions particulières pendant l'exécution⁽²⁾ (cf EN 1991-1.6)</i>	1,0	-	0,2

5.3.3. Disposition des charges

Le terme 'dispositions des charges' fait référence aux dispositions des actions variables (par exemple, charges d'exploitation et charges dues au vent) qui génèrent les efforts internes les plus importants dans un élément ou dans une structure.

Pour les structures de bâtiment, l'Eurocode 2 Partie 1-1 recommande les dispositions de charges suivantes pour l'état-limite ultime et l'état-limite de service (dispositions simplifiées possibles que pour des cas de poutres continues dont les travées ont des portées et des charges semblables).

- ☛ Charges supportées par une travée sur deux ou par deux travées adjacentes : Les valeurs de calcul peuvent être déterminées à partir de la valeur la plus critique entre :
 - ✓ Une travée sur deux supportant les charges variables et permanentes de calcul, les autres travées supportant uniquement la charge permanente de calcul (Figure 1, a, b). La valeur γ_G doit toujours être identique.
 - ✓ Deux travées adjacentes supportant les charges variables et permanentes de calcul, les autres travées supportant uniquement la charge permanente de calcul (voir La valeur 1, c, d, e) γ_G doit toujours être identique.

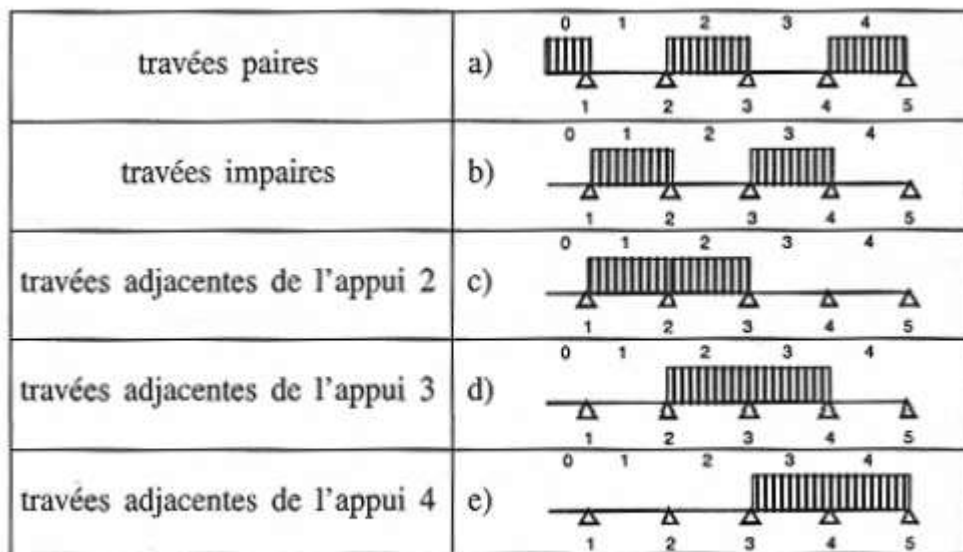


Figure0 : Disposition des charges variables suivant les poutres continues dans le bâtiment

5.4. Analyse structurale

L'analyse structurale a pour principal objet de déterminer la distribution des efforts internes (M, N, T) et des déformations de l'ensemble ou d'une partie de la structure et d'identifier les conditions de calcul critiques dans toutes les sections. La structure est habituellement modélisée en considérant qu'elle peut être idéalisée sous la forme d'un ensemble d'éléments linéaires et d'éléments bidimensionnels plans.

Le type d'analyse doit être adapté au problème considéré. Les analyses suivantes peuvent être utilisées :

- ✓ Analyse élastique-linéaire : on prend en compte uniquement les sections de béton seul (armatures non prises en compte) et on suppose que les pièces ne sont pas fissurées.
- ✓ Analyse élastique-linéaire avec redistribution limitée des moments : idem que ci-dessus. mais on réduit forfaitairement les moments sur appuis tout en augmentant ceux en travée pour respecter l'équilibre
- ✓ Analyse plastique (mécanismes avec rotules plastiques).

L'analyse élastique-linéaire peut être réalisée en supposant que les sections droites ne sont pas fissurées et restent planes après déformation (c'est-à-dire, qu'on utilise les caractéristiques de raideur de la section brute de béton), en utilisant les relations contrainte-déformation linéaires et en supposant les valeurs moyennes du module d'élasticité.

A l'état-limite ultime uniquement, les moments déterminés par l'analyse élastique-linéaire, peuvent être redistribués (jusqu'à un maximum de 30%), sous réserve que la nouvelle distribution des efforts internes continue à équilibrer les charges appliquées et soit soumise à certaines limites et certains critères de ductilité, (limitations de la profondeur de l'axe neutre, pour garantir une capacité de rotation plastique suffisante, par exemple).

Quelle que soit la méthode d'analyse employée, les principes suivants s'appliquent :

- ☛ Lorsqu'une poutre ou une dalle forme un ensemble monolithique avec ses appuis, il convient de prendre comme moment fléchissant négatif de calcul critique le moment au nu de l'appui, qui ne doit toutefois pas être inférieur à 0,65 fois le moment d'encastrement.
 - ☛ Lorsqu'une poutre ou une dalle est continue au droit d'un appui supposé ne pas créer de gêne à la rotation, le moment de calcul sur appuis pour une portée égale à l'entraxe des appuis peut être minoré d'une valeur de $(F_{Ed, sup} \cdot t/8)$, où $F_{Ed, sup}$ est la valeur de calcul de la réaction de l'appui et t la valeur de la largeur de l'appareil d'appui.
- Pour le calcul des colonnes, il convient d'utiliser les moments élastiques issus du fonctionnement en portique sans les redistribuer.

Chapitre 2 : Caractéristiques des matériaux

Le béton armé est constitué de deux matériaux principaux :

- ☛ Le béton
- ☛ Et l'acier.

Dans ce chapitre on ne va pas s'attarder sur l'aspect technologique, mais plus sur l'aspect des caractéristiques mécaniques des deux matériaux constitutifs, puis des modèles adoptés pour conduire les calculs réglementaires, ainsi que l'aspect de l'adhérence entre ces deux matériaux.

Les propriétés des matériaux sont représentées par des valeurs caractéristiques.

NB : L'Eurocode NF EN 1990 préconise de définir la valeur caractéristique d'une propriété de matériau par le fractile 5 % lorsqu'une valeur « basse » est défavorable (cas général), et par le fractile 95 % lorsqu'une valeur « haute » est défavorable.

1. Caractéristiques du béton

Les propriétés pour le dimensionnement du béton sont définies dans la section 3 (article 3.1) de la norme NF EN 1992-1-1 complétée par son Annexe Nationale.

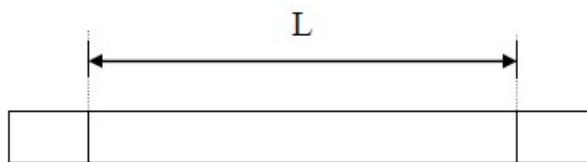
1.1. Caractéristiques physiques et mécaniques du béton :

a) Masse volumique :

- La masse volumique béton à granulats courants (normal) $\rightarrow 2200 \div 2400 \text{ kg/m}^3$
- La masse volumique béton à granulats légers $\rightarrow 700 \div 1500 \text{ kg/m}^3$
- La masse volumique béton à granulats lourds $\rightarrow 3500 \div 4000 \text{ kg/m}^3$
- La masse volumique du béton armé $\rightarrow 2500 \text{ kg/m}^3$

b) Déformations du béton indépendantes des charges appliquées :

Déformation thermique : le coefficient de dilatation du béton varie de $7 \cdot 10^{-6}$ à $12 \cdot 10^{-6}$ le coefficient de dilatation de l'acier est de $11 \cdot 10^{-6}$, d'où le béton armé $10 \cdot 10^{-6}$.



Pour une poutre de longueur L subissant une dilatation due à une variation de température:

$$\Delta L = \pm \alpha \cdot L \cdot \Delta t$$

α : coefficient de dilatation

Δt : variation de température

Le retrait hygrométrique : le béton après sa confection (fabrication) contient un excès d'eau, si le durcissement se fait à l'air libre l'eau va s'évaporer. Cette évaporation s'accompagne automatiquement par une diminution du volume. Cette diminution s'appelle **le retrait**. Le retrait augmente avec :

- ✓ la proportion d'éléments fins : le retrait augmente si l'élément est fin.
- ✓ la quantité du ciment : le retrait augmente si la quantité du ciment augmente.
- ✓ addition des adjuvants : plus d'eau qui réagit.
- ✓ la sécheresse de l'air : plus le climat est sec plus il y'a du retrait.

Pour les constructions courantes, les effets du aux variations de température et au retrait seront négligés, si on prévoit des joints de dilatation tous les 20 à 30 mètre.

c) Résistances du béton

La résistance à la compression du béton est désignée conformément à la norme NF EN 206-1 par des classes de résistance (C) liées à la résistance caractéristique (fractile 5 %) mesurée sur cylindre $f_{ck,cyl}$ ou sur cube $f_{ck,cube}$ à 28 jours.

Les résistances caractéristiques f_{ck} (mesurée sur cylindre) et les caractéristiques mécaniques correspondantes, nécessaires pour le calcul, sont données dans le tableau ci-dessous (extrait du tableau 3.1 de la norme NF EN 1992-1-1).

C Classe de résistance à la compression		BÉTON À HAUTE RÉSISTANCE	C = Concrete = Béton X = $f_{ck,cyl}$ [N/mm²] Y = $f_{ck,cube}$ [N/mm²]  28 jours sous eau à 20°C (EN 12390-2: 2000)
C 8/10	C 45/55		
C 12/15	C 50/60		
C 16/20	C 55/67		
C 20/25	C 60/75		
C 25/30	C 70/85		
C 30/37	C 80/95		
C 35/45	C 90/105		
C 40/50	C 100/115		

Tableau 7 : caractéristique de résistance des bétons

f_{ck} (MPa)	20	25	30	35	40	45	50	90
$f_{ck,cube}$ (MPa)	25	30	37	45	50	55	60	105
f_{ctm} (MPa)	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	5,0
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,5
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	6,6
E_{cm} (GPa)	30	31	33	34	35	36	37	44

Avec :

f_{ck} : Résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours

$f_{ck,cube}$: Résistance à la compression caractéristique sur cube

f_{ctm} : Valeur moyenne de la résistance à la traction

$f_{ctk,0,05}$: Valeur inférieure de la résistance caractéristique à la traction (fractile 5 %)

$f_{ctk,0,95}$: Valeur inférieure de la résistance caractéristique à la traction (fractile 95 %)

E_{cm} : Module d'élasticité sécant du béton

☛ Résistances caractéristiques du béton en fonction du temps

La résistance en compression du béton en fonction du temps est prise égale à :

$$f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8 \text{ (MPa) pour } 3 < t < 28 \text{ jours}$$

$$f_{ck}(t) = f_{ck} \text{ pour } t \geq 28 \text{ jours}$$

Pour le calcul des sections, deux types de diagramme contraintes-déformations sont proposés :

- ✓ courbe parabole rectangle;

✓ courbe bilinéaire.

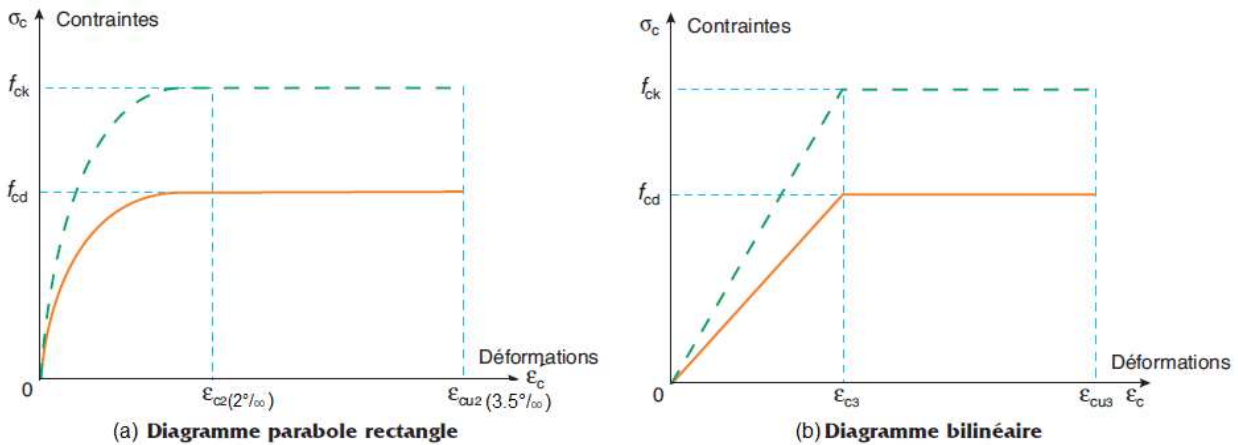


Figure 1: Diagrammes Contraintes - Déformations

Les résistances de calcul du béton sont :

– en compression : $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (f_{ck} \leq 50 \text{ MPa})$

– en traction : $f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk0.05}}{\gamma_c}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{valeur moyenne: } f_{ct} = 0.30 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \\ \text{valeur inférieure de la résistance caractéristique: } f_{ctk0.05} = 0.7 \cdot f_{ctm} \\ \text{valeur supérieure de la résistance caractéristique: } f_{ctk0.95} = 1.3 \cdot f_{ctm} \end{array} \right.$$

Avec

f_{ck} : Résistance caractéristiques sur cylindre à 28 jours

$f_{ctk0.05}$: Fractile 5 % de la résistance en traction défini à partir de la résistance moyenne en traction f_{ctm}

γ_c : Coefficient partiel relatif au béton

α_{cc} et α_{ct} : coefficients = 1

f_{cd} : Valeur de calcul de la résistance en compression du béton

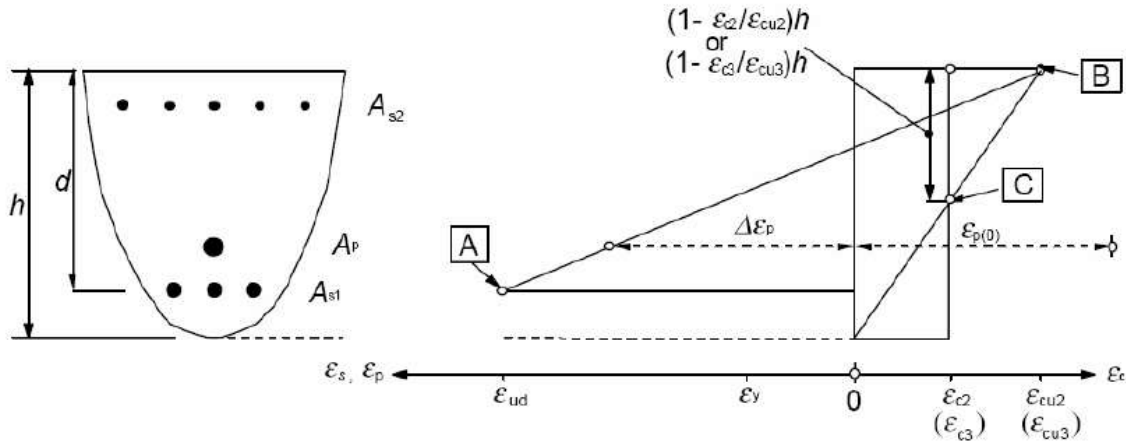
Tableau 8 : Coefficients partiel relatif aux matériaux

Situations de projet	γ_c (béton)	γ_s (acier de béton armé)	γ_s (acier de précontrainte)
Durable Transitoire	1,50	1,15	1,15
Accidentelle	1,20	1,00	1,00

NB : EC2 6.1(5) Dans les parties des sections qui sont soumises à une charge approximativement centrée (Excentricité/hauteur < 0,1), telles que les membrures comprimées des poutres-caissons ou les colonnes, il convient de limiter la déformation

moyenne en compression dans cette partie de la section à ε_{c2} (ε_{c3} si diagramme bilinéaire ou rectangulaire simplifié).

EC2 6.1 (6) La Figure 1.1 montre les valeurs limites des déformations relatives admissibles.



- [A] - limite de déformation relative en traction des armatures de béton armé**
- [B] - limite de déformation relative du béton en compression**
- [C] - limite de déformation relative du béton en compression pure**

Figure 1.1: Diagramme des déformations relatives admissibles à l'Etat Limite Ultime

Diagrammes contrainte-déformation : 3 types proposés pour les calculs de section (parabole rectangle ou 2 diagrammes simplifiés : bilinéaire ou rectangle – EC2 3.1.7)

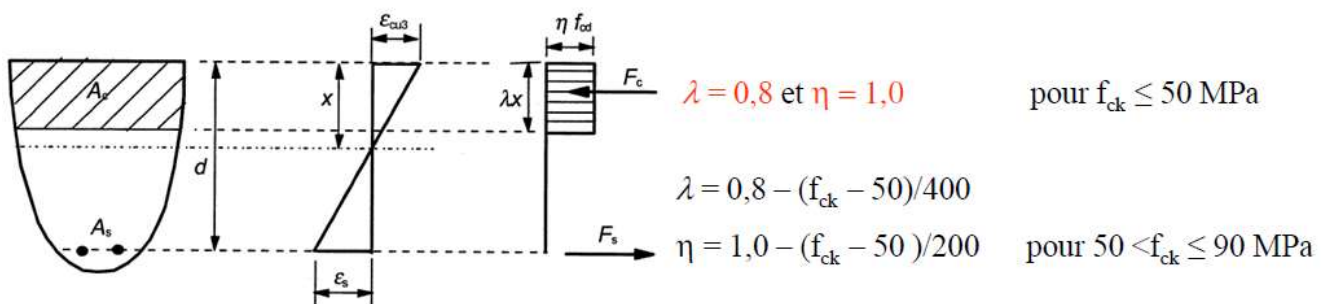


Figure 1.2: Diagramme rectangulaire

d) Module d'élasticité

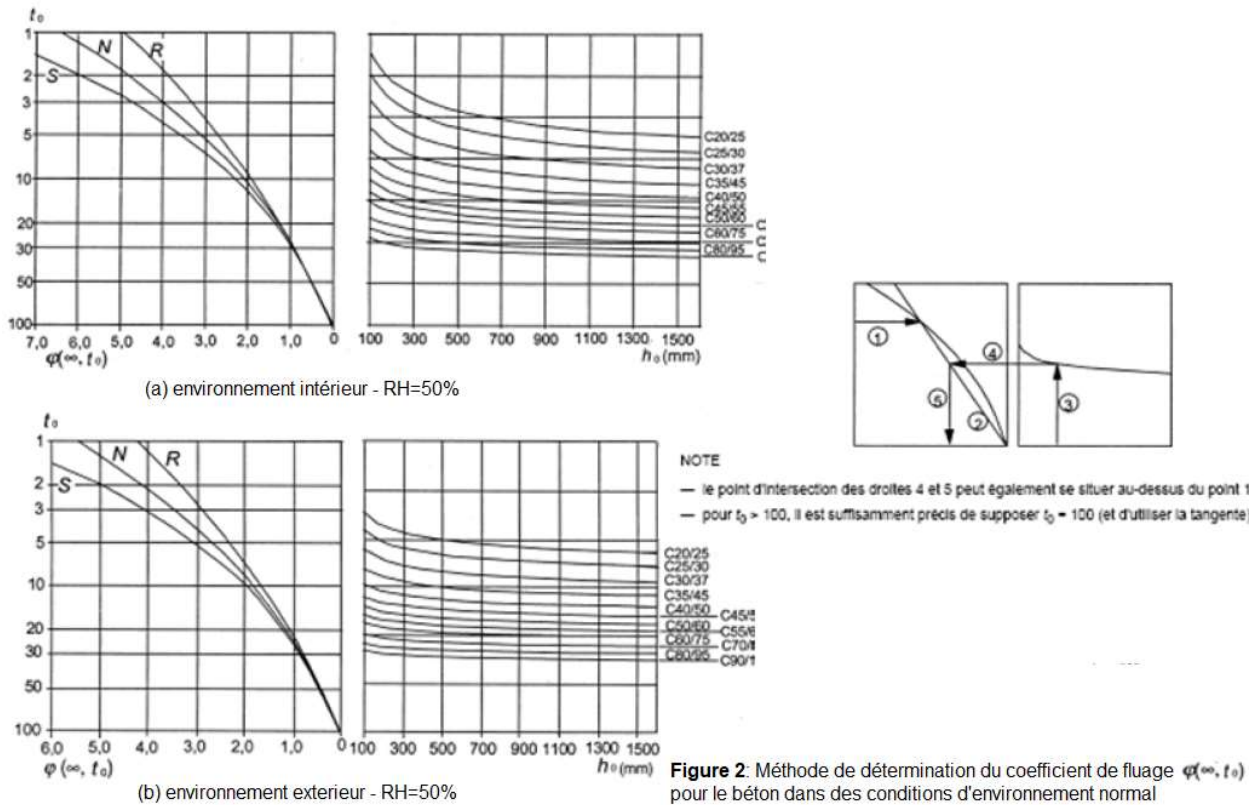
On distingue les modules de Young instantané E_{cm} et différé $E_{c,eff}$. Le module instantané est utilisé pour les calculs sous chargement instantané de durée inférieure à 24 heures. Pour des chargements de longue durée (cas courant), on utilisera le module différé, qui prend en compte *artificiellement* les déformations de fluage du béton. Celles-ci représentant approximativement deux fois les déformations instantanées, le module différé est pris égal à trois fois le module instantané.

$$E_{cm} = 22[f_{cm}/10]^{0.3}$$

Valables pour un béton de granulats de quartzite âgé de 28 jours, valeurs à réduire de 10 % pour des granulats calcaires, de 30 % pour des granulats issus de grès et à augmenter de 20 % pour des granulats issus de basalte (EC2 3.1.3(2))

$$E_{c,eff} = f_{cm} / (1 + \varphi(\infty, t_0))$$

$\varphi(\infty, t_0)$: Coefficient de fluage



t_0 : âge du béton au moment du chargement, en jours

h_0 : rayon moyen = $\frac{2A_0}{u}$, où A_0 est l'aire de la section transversale du béton et u le périmètre de la partie exposée à la dessiccation.

Classe R : CEM 42,5 R, CEM 52,5 N et CEM 52,5 R

Classe N : CEM 32,5 R, CEM 42,5 N

Classe S : CEM 32,5 N

e) Retrait (EC2, 3.1.4)

Après le coulage, une pièce de béton conservée à l'air tend à se raccourcir. Ceci est dû à l'évaporation de l'eau non-liée avec le ciment et peut entraîner des déformations de l'ordre de $1,5 \times 10^{-4}$ à 5×10^{-4} selon l'humidité de l'environnement. On notera que des pièces de béton conservées dans l'eau subissent, au contraire, un gonflement. Le retrait commence dès le premier jour de vie de la pièce en béton et on observe que 80% du retrait est atteint au bout de deux ans. La principale conséquence du retrait est l'apparition de

contraintes internes de traction, contraintes dont la valeur peut facilement dépasser la limite de fissuration.

Dans les bâtiments, les effets de la température et du retrait peuvent être négligé si (EC2, 2.3.3 et AN), des joints espacés de d sont prévus.

La déformation totale de retrait $\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca}$

ϵ_{cd} : Retrait de dessiccation évolue en fonction du temps :

$$\epsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \times k_h \times \epsilon_{cd,0}$$

k_h : Coefficient dépendant du rayon moyen h_0 (Figure 2).

$\epsilon_{cd,0}$: Retrait de dessiccation non gêné.

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}}$$

t : est l'âge du béton à l'instant considéré, en jours.

t_s : est l'âge du béton (jours) au début du retrait de dessiccation (en général à la fin de la cure).

h_0 : est le rayon moyen (mm) de la section transversale = $\frac{2A_c}{U}$

Avec :

A_c : Aire de la section du béton

U : Périmètre de la partie de la section exposée à la dessiccation.

Tableau 9 : Valeurs nominales du retrait de dessiccation non gêné $\epsilon_{cd,0}$ (en ‰) Pour le béton avec des ciments CEM de classe N.

$f_{ck}/f_{ck,cube}$ (MPa)	Humidité Relative (en %)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	0,62	0, 58	0,49	0,30	0,17	0,00
40/50	0,48	0,46	0,38	0,24	0,13	0,00
60/75	0,38	0,36	0,30	0,19	0,10	0,00
80/95	0,30	0,28	0,24	0,15	0,08	0,00
90/105	0,27	0,25	0,21	0,13	0,07	0,00

Tableau 10 : Valeur de k_h

h_0	k_h
100	1,0
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

ε_{ca} : Retrait endogène évolue en fonction du temps :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ca}(t) &= \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) \\ \varepsilon_{ca}(\infty) &= 2.5(f_{ck} - 10). 10^{-6} \\ \beta_{as}(t) &= 1 - e^{(-0.2.t^{0.5})}\end{aligned}$$

t : en jours

f) Fluage du béton (EC2, 3.1.4)

Sous chargement constant, la déformation du béton augmente continuellement avec le temps (voir Figure 2). Pour le béton, les déformations de fluage sont loin d'être négligeables puisqu'elles peuvent représenter jusqu'à deux fois les déformations instantanées.

- ☛ Déformation de fluage du béton à l'instant $t = \infty$, sous une contrainte de compression constante $\sigma_c \leq 0,45 f_{ck}(t_0)$ appliquée à l'âge du béton t_0 (fluage linéaire) :

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot \left(\frac{\sigma_c}{E_c} \right)$$

E_c : Module tangent (peut être pris égal à $1.05 E_{cm}$)

$\varphi(\infty, t_0)$: (Figure 2)

- ☛ Déformation de fluage du béton à l'instant $t = \infty$, sous une contrainte de compression constante $\sigma_c > 0,45 f_{ck}(t_0)$ appliquée à l'âge du béton t_0 (fluage linéaire) :

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot e^{\left(1.5 \left(\frac{\sigma_c}{f_{cm}(t_0)} - 0.45 \right) \right)} \cdot \left(\frac{\sigma_c}{E_c} \right)$$

2. Caractéristiques des aciers pour BA

Les armatures sont obtenues à partir d'aciers pour béton armé suite à des opérations de dressage (pour les couronnes uniquement), de coupe, de façonnage et d'assemblage. On distingue deux principaux types d'acier selon leur composition chimique:

- ☛ l'acier au carbone;
- ☛ l'acier inox.

Les aciers se présentent sous formes de barres de grande longueur (souvent 12 m) ou de fils en couronnes :

- ☛ barres droites lisses : diamètre 5 à 50 mm;
- ☛ barres droites à haute adhérence: diamètre 6 à 50 mm;
- ☛ fils à haute adhérence en couronne : diamètre 5 à 16 mm

On distingue les armatures « coupées-façonnées », qui sont obtenues par coupe et façonnage des aciers à la demande (en conformité avec les plans d'exécution définis par les bureaux d'études) et les « armatures assemblées » d'un modèle standard, constituées par assemblage des armatures coupées façonnées sous forme de « cages » ou de « panneaux » et utilisées par des applications courantes (semelles de fondation, poteaux, linteaux, etc.).

Les armatures sont :

- ☛ soit assemblées en usine, puis livrées sur le chantier ;
- ☛ soit livrées sur chantier coupées, façonnées, puis assemblées sur le site, à proximité de l'ouvrage ou directement en coffrage.

Les armatures sont donc utilisées sur les chantiers et mises en place dans les coffrages :

- ☛ soit sous forme de barres (droites ou coupées façonnées en fonction des formes décrites sur les plans d'exécution) ;
- ☛ soit sous forme de treillis soudés (réseaux plans à mailles en général rectangulaires, constitués de fils ou de barres assemblés par soudage et dont la résistance au cisaillement des assemblages est garantie) fabriqués en usine et livrés en panneaux.
- ☛ soit sous forme d'armatures pré-assemblées en cages ou en panneaux.

Les jonctions des barres peuvent être assurées par recouvrements, par manchons ou par soudure. En atelier, l'assemblage est réalisé par soudure (soudage par résistance ou soudage semi-automatique).

Il s'agit uniquement de soudures « de montage » dont la fonction est d'assurer le bon positionnement des armatures façonnées entre elles, y compris pendant les transports, les manutentions et la mise en place du béton.

Sur chantier, l'assemblage est effectué soit en atelier « forain » installé à proximité de l'ouvrage, soit directement en coffrage. En général, ces deux solutions coexistent. Il est possible de souder sur site, mais le plus souvent le montage se fait par ligatures avec des fils d'attache en acier.

L'Eurocode 2 Prévoit l'utilisation des armatures présentant une résistance caractéristique entre 400 et 600 MPa. La norme Camerounaise considère une limite d'élasticité de 500 MPa. Les propriétés des armatures en acier sont résumées dans le Tableau 11.

Il existe trois classes d'armatures, A, B et C, qui indiquent une ductilité croissante.

- ✓ Classe A : acier à ductilité normale $\epsilon_{uk} \geq 2,5\%$ (laminé à froid ou tréfilé)
- ✓ Classe B : acier à haute ductilité $\epsilon_{uk} \geq 5\%$ (laminé à chaud)
- ✓ Classe C : acier à très haute ductilité $\epsilon_{uk} \geq 7,5\%$

EC2 se limite aux aciers de limite élastique **inférieure ou égale à 600 MPa**.

La classe A ne convient pas lorsqu'une redistribution des efforts de plus de 20 % a été considérée dans le calcul. Aucune disposition n'est prévue pour l'utilisation d'armatures en béton non armé ou acier doux.

Tableau 11 : Propriété de traction caractéristiques des armatures

Forme du produit		Barres et fils redressés			Treillis soudés			Exigence ou valeur du fractile (%)
Classe de ductilité		A	B	C	A	B	C	-
Limite caractéristique d'élasticité f_{yk} ou $f_{0,2k}$ (MPa)		400 à 500						5,0
Valeur minimale de $k = (f_t/f_y)_k$		$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$ $< 1,35$	$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$ $< 1,35$	10,0
Valeur caractéristique de la déformation relative sous charge maximale, ϵ_{uk} (%)		$\geq 2,5$	$\geq 5,0$	$\geq 7,5$	$\geq 2,5$	$\geq 5,0$	$\geq 7,5$	10,0
Aptitude au pliage		Essai de pliage/dépliage			Essai de pliage/dépliage			-
Résistance au cisaillement		-			0,25 A f_{yk} (A est l'aire du fil)			Minimum
Tolérance maximale vis-à-vis de la masse nominale (barre ou fil individuel) (%)	Dimension nominale de la barre (mm) :							5,0
	≤ 8	$\pm 6,0$						
	> 8	$\pm 4,5$						

2.1. Diagramme contrainte déformation

Diagramme à palier incliné (pour aciers A et B)

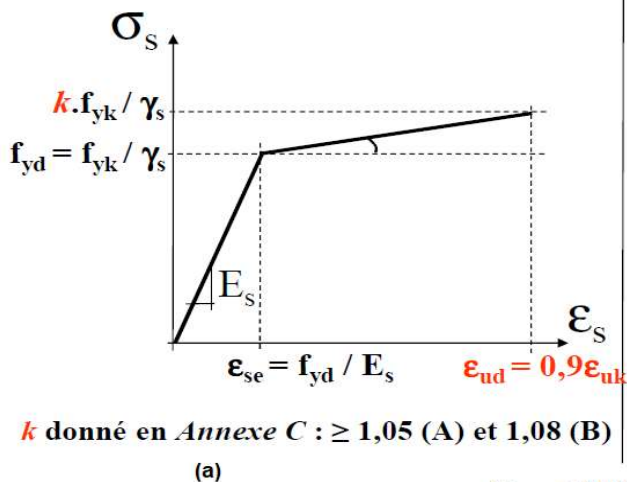
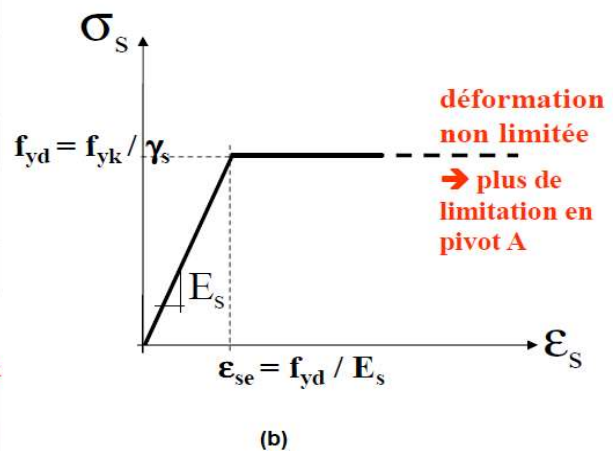


Diagramme à palier horizontal



$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

Figure 3: Diagrammes contraintes - déformations

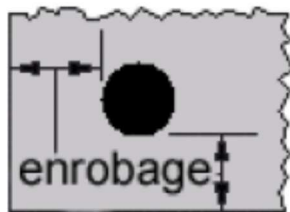
Tableau 12 : Tableau des sections d'acier

diamètre (mm)	section (cm ²)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0,28	0,57	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,83
8	0,50	1,01	1,51	2,01	2,51	3,02	3,52	4,02	4,52	5,03
10	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
12	1,13	2,26	3,39	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31
14	1,54	3,08	4,62	6,16	7,70	9,24	10,78	12,32	13,85	15,39
16	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11
20	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,85	21,99	25,13	28,27	31,42
25	4,91	9,82	14,73	19,64	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09
32	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,25	56,30	64,34	72,38	80,42
40	12,57	25,13	37,70	50,27	62,83	75,40	87,96	100,53	113,10	125,66

2.2. Enrobage nominal des armatures

L'enrobage nominal des armatures peut être évalué comme suit :

$$c_{nom} = c_{min,dur} + \Delta c_{dev}$$



Dalles



Poutres

Où $c_{min,dur}$ doit satisfaire aux exigences ci-dessous :

- ✓ bonne transmission des forces d'adhérence,
- ✓ la protection de l'acier contre la corrosion (durabilité)
- ✓ durabilité
- ✓ résistance au feu

et Δc_{dev} est une prise en compte des tolérances dans le calcul pour les écarts par rapport à l'enrobage minimal. Il doit être pris égal à 10 mm pour les éléments de béton coulé en place.

L'enrobage nominal correspond à la hauteur des écarteurs des armatures par rapport au coffrage ou encore à la valeur de l' « enrobage nominal » mentionnée sur le plan d'armatures.

Pour les éléments préfabriqués en béton, il est possible de réduire la marge de calcul pour tolérances d'exécution Δc_{dev} de telle sorte que : $10 \text{ mm} \geq \Delta c_{dev} \geq 0$.

Tableau 13 : Valeur de l'enrobage minimal $c_{min,dur}$, requis vis-à-vis de la durabilité dans le cas des armature de BA conformes à l' EN 10080

Exigence environnementale pour $c_{min,dur}$ (mm)							
Classe Structurale	Classe d'exposition selon Tableau 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1 / XS1	XD2 / XS2	XD3 / XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

La Classe Structurale recommandée (durée d'utilisation de projet de 50 ans) est la classe S4.

Tableau 14 : Classification structurale recommandée

Classe structurale							
Critère	Classe d'exposition selon Tableau 4.1						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1	XD2 / XS1	XD3 / XS2 / XS3
Durée d'utilisation de projet de 100 ans	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes	majoration de 2 classes
Classe de résistance ¹⁾²⁾	≥ C30/37 minoration de 1 classe	≥ C30/37 minoration de 1 classe	≥ C35/45 minoration de 1 classe	≥ C40/50 minoration de 1 classe	≥ C40/50 minoration de 1 classe	≥ C40/50 minoration de 1 classe	≥ C45/55 minoration de 1 classe
Elément assimilable à une dalle (position des armatures non affectée par le processus de construction)	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe
Maîtrise particulière de la qualité de production du béton	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe	minoration de 1 classe

Selon la classe d'exposition de l'ouvrage (voir tableau 4.1 de l'EC2), une classe de résistance minimale est conseillée par l'EC2 pour respecter une durabilité suffisante (Tableau 15).

Tableau 15 : Classe indicative de résistance

Classes d'exposition selon le Tableau 4.1										
Corrosion										
	Corrosion induite par carbonatation				Corrosion induite par les chlorures			Corrosion induite par les chlorures de l'eau de mer		
	XC1	XC2	XC3	XC4	XD1	XD2	XD3	XS1	XS2	XS3
Classe indicative de résistance	C20/25	C25/30	C30/37		C30/37		C35/45	C30/37	C35/45	
Dommages au béton										
	Aucun risque	Attaque par gel et dégel				Attaque chimique				
	X0	XF1	XF2	XF3	XA1		XA2		XA3	
Classe indicative de résistance	C12/15	C30/37	C25/30	C30/37	C30/37				C35/45	

XF4
C35/45

Tableau 16 : Classe d'exposition en fonction des conditions d'environnement (EN 206-1)

Désignation de la classe	Description de l'environnement :	Exemples informatifs illustrant le choix des classes d'exposition
1 Aucun risque de corrosion ni d'attaque		
X0	Béton non armé et sans pièces métalliques noyées : toutes expositions sauf en cas de gel/dégel, d'abrasion et d'attaque chimique Béton armé ou avec des pièces métalliques noyées : très sec	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est très faible
2 Corrosion induite par carbonatation		
XC1	Sec ou humide en permanence	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est faible Béton submergé en permanence dans de l'eau
XC2	Humide, rarement sec	Surfaces de béton soumises au contact à long terme de l'eau Un grand nombre de fondations
XC3	Humidité modérée	Béton à l'intérieur de bâtiments où le taux d'humidité de l'air ambiant est moyen ou élevé Béton extérieur abrité de la pluie
XC4	Alternativement humide et sec	Surfaces de béton soumises au contact de l'eau, mais n'entrant pas dans la classe d'exposition XC2
3 Corrosion induite par les chlorures		
XD1	Humidité modérée	Surfaces de béton exposées à des chlorures transportés par voie aérienne
XD2	Humide, rarement sec	Piscines Eléments en béton exposés à des eaux industrielles contenant des chlorures
XD3	Alternativement humide et sec	Eléments de ponts exposés à des projections contenant des chlorures Chaussées Dalles de parcs de stationnement de véhicules
4 Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer		
XS1	Exposé à l'air véhiculant du sel marin mais pas en contact direct avec l'eau de mer	Structures sur ou à proximité d'une côte
XS2	Immergé en permanence	Eléments de structures marines
XS3	Zones de marnage, zones soumises à des projections ou à des embruns	Eléments de structures marines
5. Attaque gel/dégel		
XF1	Saturation modérée en eau, sans agent de déverglaçage	Surfaces verticales de béton exposées à la pluie et au gel
XF2	Saturation modérée en eau, avec agents de déverglaçage	Surfaces verticales de béton des ouvrages routiers exposés au gel et à l'air véhiculant des agents de déverglaçage
XF3	Forte saturation en eau, sans agents de déverglaçage	Surfaces horizontales de béton exposées à la pluie et au gel
XF4	Forte saturation en eau, avec agents de déverglaçage ou eau de mer	Routes et tabliers de pont exposés aux agents de déverglaçage. Surfaces de béton verticales directement exposées aux projections d'agents de déverglaçage et au gel. Zones des structures marines soumises aux projections et exposées au gel
6. Attaques chimiques		
XA1	Environnement à faible agressivité chimique selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol
XA2	Environnement d'agressivité chimique modérée selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol
XA3	Environnement à forte agressivité chimique selon l'EN 206-1, Tableau 2	Sols naturels et eau dans le sol

2.3. Calcul de la résistance au feu

L'Eurocode 2, Partie 1-2 : *Calcul de la résistance au feu*, décrit plusieurs méthodes permettant de déterminer la résistance au feu des éléments en béton. La littérature spécialisée fournira des indications supplémentaires. La résistance au feu peut toujours être calculée en faisant référence aux tableaux pour déterminer l'enrobage minimal et les dimensions des différents éléments, comme décrit ci-dessous, Plutôt que de donner l'enrobage minimal, la méthode tabulée se base sur la distance nominale de l'axe au parement, a (voir Figure 4). Il s'agit de la distance du centre de la barre d'armature principale à la surface de l'élément. Il s'agit d'une dimension nominale (pas minimale). Le concepteur doit donc s'assurer que :

$$a \geq c_{nom} + \phi_{étrier} + \phi_{barre}/2$$

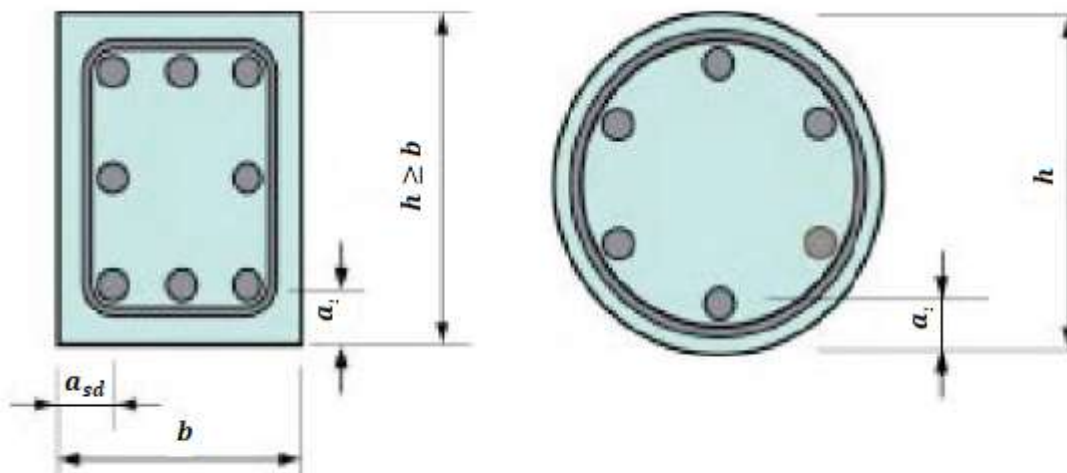


Figure 4: Sections d'éléments structuraux avec détail de la distance nominale de l'axe au parement, a

Trois conditions d'exposition au feu normalisé peuvent être satisfaites :

R : Résistance mécanique des éléments porteurs

E : Intégrité de la séparation

I : Isolation

Le Tableau 2.9 et le Tableau 2.10 donnent les dimensions minimales pour que les colonnes et dalles remplissent les conditions ci-dessus. Pour plus d'informations, voir l'Eurocode 2 et les chapitres suivants, notamment les conditions d'application de calcul et les données relatives aux voiles et poutres.

Tableau 17 : Dimensions des colonnes et distances minimales de l'axe au parement pour les colonnes à section rectangulaire ou circulaire et avec un taux de chargement $\mu_{fi}=0,7$ – Méthode A

Résistance au feu normalisé	Dimensions minimales (mm)	
	Largeur de colonne (b_{min})/distance de l'axe (a) des barres principales au parement	
	Colonne exposé sur plusieurs côtés ($\mu_{fi} = 0,7$)	Exposé d'un seul côté ($\mu_{fi} = 0,7$)
R 60	250/46 350/40	155/25
R 120	350/57* 450/51*	175/35
R 240	-	295/70

Notes

1 Pour les limitations de calcul, voir NBN EN 1992-1-2.

2 μ_{fi} est le rapport de la charge axiale de calcul en cas d'incendie à la résistance de calcul de la colonne à température normale. μ_{fi} peut être pris égal à 0,7 pour se placer en sécurité.

3 Pour les éléments précontraints, il y a lieu de majorer les distances de l'axe des armatures au parement du tableau de 10 mm pour les barres de précontrainte et de 15 mm pour les fils et torons de précontrainte.

* Minimum 8 barres

Tableau 18 : Dimensions et distances minimales de l'axe au parement pour les dalles en béton armé

Résistance au feu normalisé		Dimensions minimales (mm)							
		Dalle à un seul sens porteur	Dalle à deux sens porteurs		Plancher-dalle (appuis sur colonnes)	Nervures dans un plancher nervuré à deux sens porteur présentant au moins une continuité b_{min} est la largeur de la nervure			
			$I_y/I_x \leq 1,5$	$1,5 < I_y/I_x \leq 2$					
REI 60	$h_s =$ $a =$	80 20	80 10	80 15	180 15	$b_{min} =$ $a =$	100 25	120 15	≥ 200 10
REI 120	$h_s =$ $a =$	120 40	120 20	120 25	200 35	$b_{min} =$ $a =$	160 45	190 40	≥ 300 30
REI 240	$h_s =$ $a =$	175 65	175 40	175 50	200 50	$b_{min} =$ $a =$	450 70	700 60	—

Note

1 Pour les conditions d'application, voir NBN EN 1992-1-2.

2 a est la distance de l'axe au parement (**Figure 4**)

3 h_s est l'épaisseur de dalle, y compris tout revêtement de sol non combustible.

2.4. Stabilité et imperfections

Il convient de considérer les effets des imperfections géométriques en combinaison avec les effets des charges dues au vent (c'est-à-dire pas comme une combinaison alternative de charges). Pour l'analyse globale des structures, les imperfections peuvent être représentées par une inclinaison θ_i

$$\theta_i = \alpha_h \alpha_m \frac{1}{200}$$

Où :

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}} \quad \text{avec} \quad 2/3 \leq \alpha_h \leq 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0.5(1 + 1/m)}$$

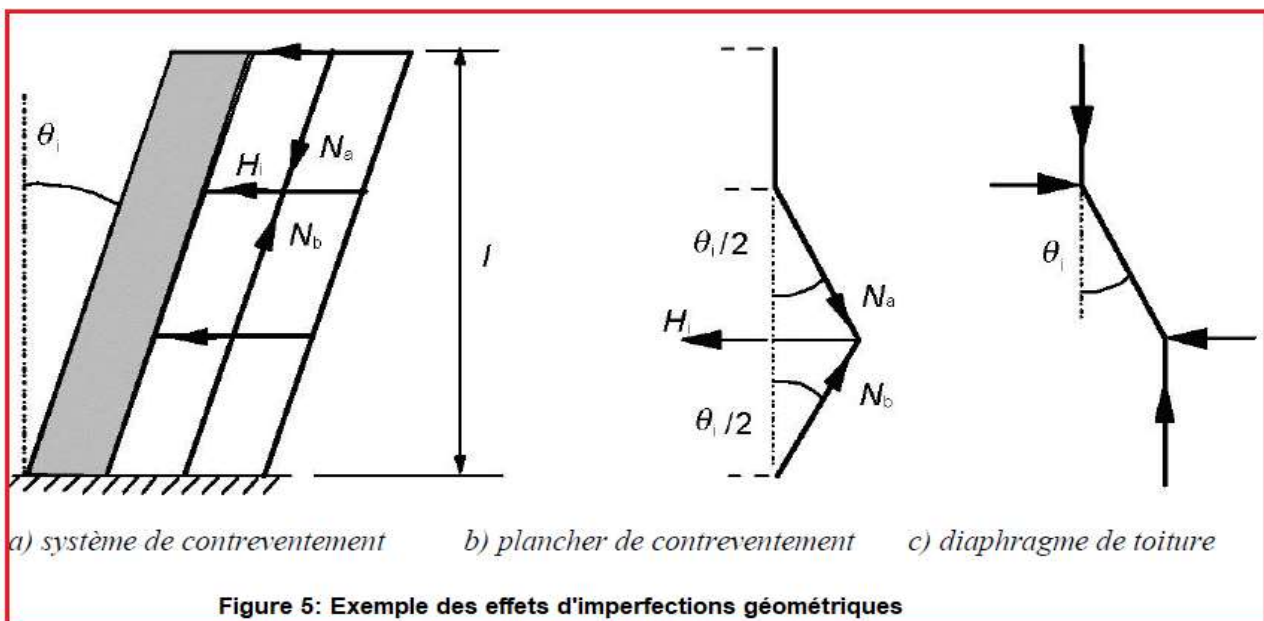
l : est la hauteur du bâtiment en mètres

m : est le nombre d'éléments verticaux contribuant à l'effort horizontal du système de contreventement.

L'effet de l'inclinaison peut être représenté par des charges transversales à chaque niveau, à ajouter aux autres actions dans l'analyse.

- Effet sur le système de contreventement : $H_i = \theta_i (N_b - N_a)$
- Effet sur le diaphragme de plancher : $H_i = \theta_i \frac{(N_b + N_a)}{2}$
- Effet sur le diaphragme de toiture : $H_i = \theta_i N_a$

Où N_a et N_b sont des forces longitudinales contribuant à H_i . (Figure 5)



Remarque : Dans la plupart des cas, des tolérances sont prises en compte pour les imperfections dans les coefficients partiels utilisés dans le calcul des éléments. Toutefois, pour les colonnes, il convient de considérer l'effet des imperfections, dont le principe est similaire à celui décrit ci-dessus.

2.5. Maîtrise de la fissuration

Il convient de limiter les ouvertures des fissures afin de garantir un aspect et une durabilité satisfaisants. En l'absence d'exigences spécifiques (étanchéité à l'eau, par exemple), les ouvertures des fissures des éléments en béton armé peuvent être limitées à 0,3 mm dans toutes les classes d'exposition ou d'environnement sous la combinaison quasi-permanente de charges.

On peut également se passer du calcul explicite de l'ouverture des fissures, à condition de suivre les exigences données dans le Tableau 19, basées sur les Tableaux 7.2N et 7.3N de l'Eurocode. Ces règles ne sont applicables que si les éléments comportent le ferrailage minimal donné en 7.3.2 de l'Eurocode. Il suffit dans ce cas de satisfaire soit aux conditions sur le diamètre des barres, soit à la condition sur leur espacement. Il n'est donc pas nécessaire de satisfaire aux deux conditions simultanément.

Dans le cas de fissures principalement dues aux déformations gênées, seules les conditions sur le diamètre des barres est applicable.

Tableau 19 : Diamètre et espacement maximaux des barres pour limiter l'ouverture des fissures

Contrainte de l'acier σ_s (MPa)	$w_{\max} = 0,4 \text{ mm}$		$w_{\max} = 0,3 \text{ mm}$	
	Diamètre maximal des barres (mm)	OU	Diamètre maximal des barres (mm)	OU
160	40		32	
200	32		25	
240	20		16	
280	16		12	
320	12		10	
360	10		8	

NB :

Lorsque la fissuration est induite par la charge, la contrainte de l'acier σ_s est calculée sur la base d'une section fissurée sous la combinaison quasi-permanente des charges. A défaut d'un calcul plus précis, elle peut être estimée à partir de l'expression ci-dessous:

$$\sigma_s = \frac{f_{yk} A_{s,req} m}{\gamma_s n A_{s,prov} \delta}$$

où

f_{yk} : Limite d'élasticité caractéristique de l'armature

γ_s : Coefficient partiel relatif à l'acier de béton armé

m : Charge totale de la combinaison quasi-permanente

n : Charge totale de la combinaison ELU

$A_{s,req}$: Section d'armatures nécessaire à l'ELU

$A_{s,prov}$: Section d'armatures prévue

δ : Rapport du moment après redistribution au moment élastique ($\delta=1$ si aucune redistribution n'est considérée lors du dimensionnement de l'armature à l'ELU)

Si les fissures sont dues à des déformations gênées, il convient de calculer la contrainte de l'acier immédiatement après la fissuration pour le diamètre de barre sélectionné. Un processus itératif sera nécessaire. La règle d'espacement des barres ne s'applique pas à cette condition.

3. Association Acier – Béton

3.1. Ancrage des barres tendues

☞ La **longueur d'ancrage de référence** $l_{b,rqd}$: nécessaire pour ancrer l'effort $A_s \cdot f_{sd}$ qui règne dans une barre droite vaut :

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{\emptyset}{4} \right) \left(\frac{f_{sd}}{f_{bd}} \right)$$

où :

- f_{sd} : est la contrainte de calcul de la barre dans la section à partir de laquelle on mesure l'ancrage. En flexion simple, on peut prendre :

$$f_{sd} = f_{yd} \circ \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}} \quad \text{Où } A_{s,req} \text{ est la section d'armatures}$$

requis, et $A_{s,prov}$ la section d'armatures réellement mise en place.

- f_{bd} est la valeur de calcul de la contrainte d'adhérence

Tableau 20 : Valeurs de calcul de la contrainte d'adhérence f_{bd}

Classes de résistance	C 12/15	C 16/20	C 20/25	C 25/30	C 30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
f_{bd} barres à adhérence améliorée ($\phi \leq 32$ mm)	1.7	2	2.3	2.7	3	3.3	3.8	4.1	4.4

Corrections : de manière générale $f_{bd} = 2.25\eta_1\eta_2f_{ctd}$

$$\eta_1 \begin{cases} = 1 \text{ si les conditions d'adhérence sont bonnes} \\ = 0.7 \text{ si les conditions sont médiocres} \end{cases}$$

$$\eta_2 \begin{cases} = 1 \text{ si } \phi \leq 32 \\ = \frac{132-\phi}{100} \text{ si } \phi > 32 \end{cases}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} ;$$

$f_{ctk,0,05} = 0.7 f_{ctm}$: Résistance caractéristique à la traction avec un fractile de 5%.

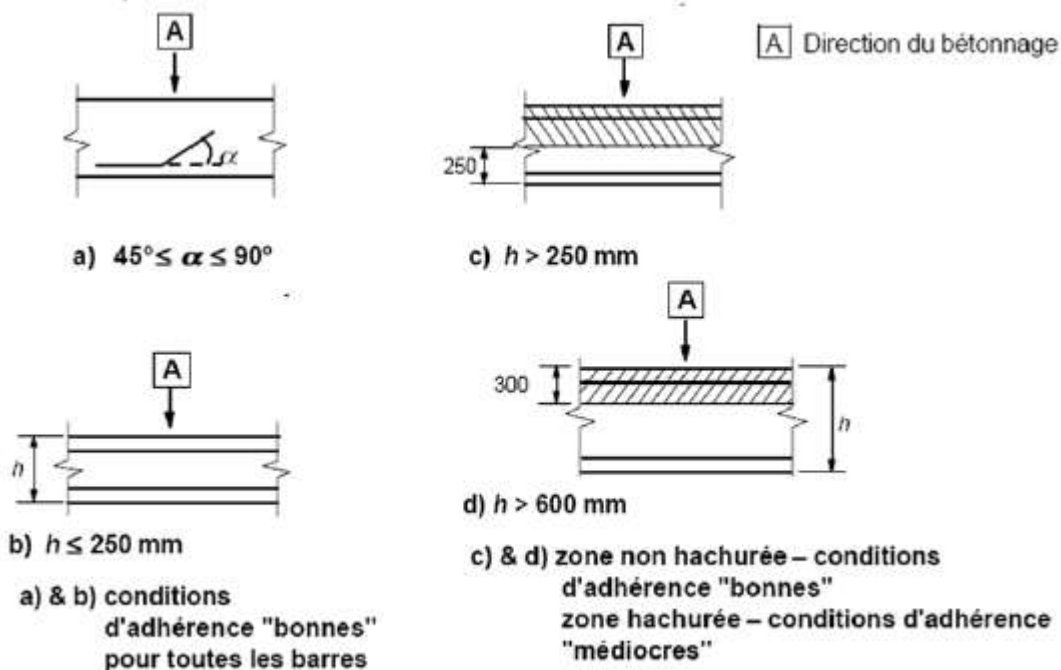


Figure 6: Illustration des conditions d'adhérence des armatures (EC2, 8.4.2)

☞ La longueur d'ancrage de calcul l_{bd} : elle vaut :

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd}$$

Où les coefficients α_i tiennent compte : de la forme de la barre (droite, pliée, crochet...), de l'enrobage, de la présence d'armatures transversales soudées ou non, d'une compression transversale (par exemple sur un appui),

Par simplification :

$$l_{b,eq} = \alpha_1 l_{b,rqd} \quad \alpha_1 = 0.7 \text{ si } c_d > 3\phi; 1 \text{ Sinon}$$

Tableau 21 : Valeurs des coefficients $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$

Facteur d'influence	Type d'ancrage	Armature de béton armé	
		tendue	comprimée
Forme des barres	Droit	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Autre (voir Figure 8.1 b), c) et d))	$\alpha_1 = 0,7$ si $c_d > 3\phi$ sinon $\alpha_1 = 1,0$ (voir Figure 8.3 pour les valeurs de c_d)	$\alpha_1 = 1,0$
Enrobage	Droit	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Autre (voir Figure 8.1 b), c) et d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (voir Figure 8.3 pour les valeurs de c_d)	$\alpha_2 = 1,0$
Confinement par des armatures transversales non soudées aux armatures principales	Tous types	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Confinement par des armatures transversales soudées*	Tous types, positions et diamètres comme indiqué sur la Figure 8.1 e)	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Confinement par compression transversale	Tous types	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	-

où :

$$\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}) / A_s$$

ΣA_{st} aire de la section des armatures transversales le long de l_{bd} (longueur d'ancrage de calcul)

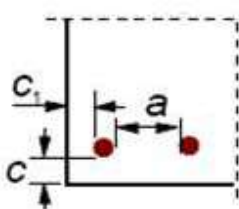
$\Sigma A_{st,min}$ aire de la section minimale d'armatures transversales
= 0,25 A_s pour les poutres et 0 pour les dalles

A_s aire de la section d'une barre ancrée individuelle de diamètre maximal

K valeurs apparaissant sur la Figure 8.4

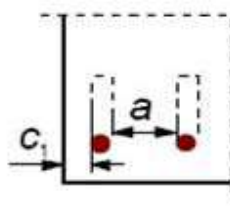
p pression transversale à l'état-limite ultime le long de l_{bd} en MPa

* Voir également 8.6 : Dans le cas d'un appui direct, l_{bd} peut être inférieure à $l_{b,min}$ sous réserve qu'au moins un fil transversal soit soudé à l'intérieur de l'appui. Il convient que ce fil soit situé à 15 mm au moins du nu de celui-ci.



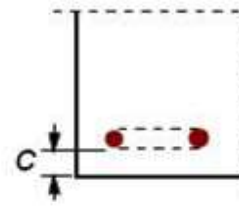
a) Barres droites

$$c_d = \min (a/2, c_1, c)$$



b) Barres terminées par un coude ou un crochet

$$c_d = \min (a/2, c_1)$$



c) Barres terminées par une boucle

$$c_d = c$$

Figure 7: Valeurs de c_d pour les poutres et les dalles

☞ **Longueur d'ancrage minimal $l_{b,min}$:** $l_{b,min} \geq \max (0.3l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm})$

Le produit vérifié : $(\alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5) \geq 0,7$

- $l_{b,min}$ est la longueur d'ancrage minimale en l'absence de toute autre limitation :

Dans le cas des barres pliées, il convient de mesurer la longueur d'ancrage de référence $l_{b,rqd}$ et la longueur de calcul l_{bd} le long de l'axe de la barre (voir Figure 8).

☞ **Ancrage courbe (EC2, 8.4) :** à partir de la longueur développée

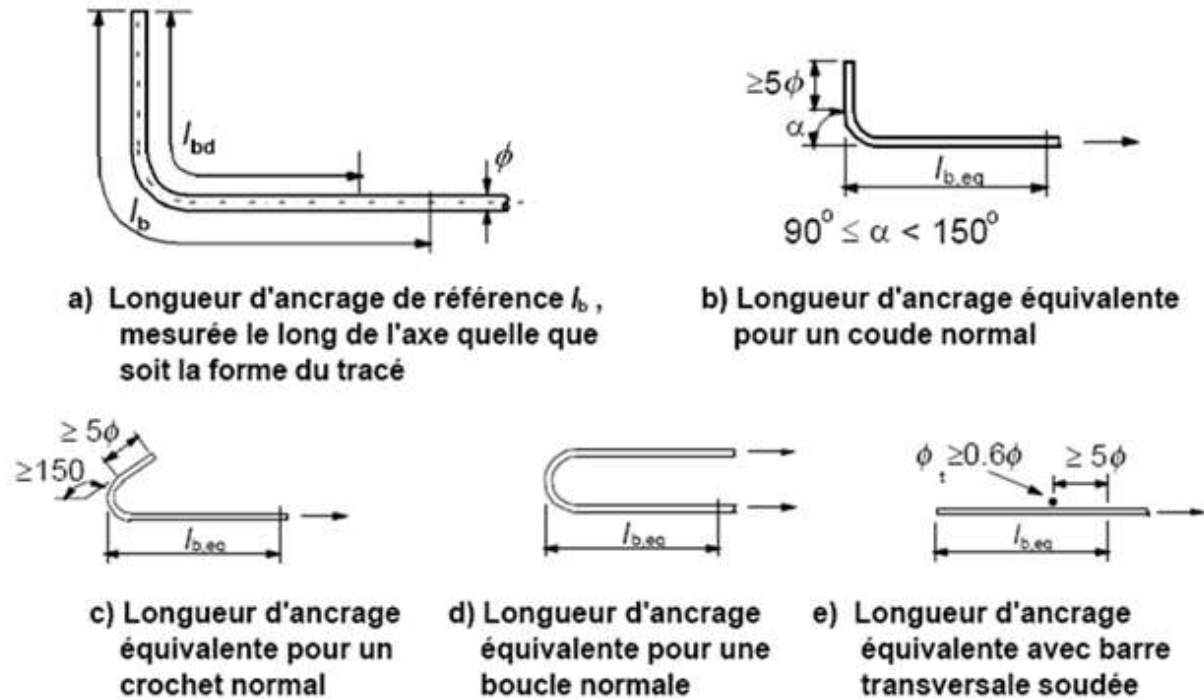
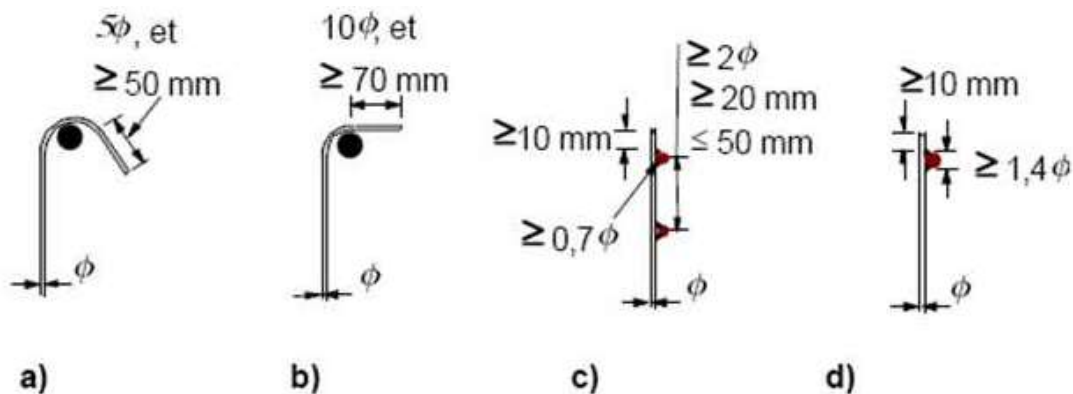


Figure 8 : Méthodes d'ancrage autres que le scellement droit

☞ **Ancrage d'armature d'effort tranchant :**



Note : Pour c) et d), il convient que l'enrobage ne soit ni inférieur à 3ϕ , ni à 50mm si cette valeur est plus faible.

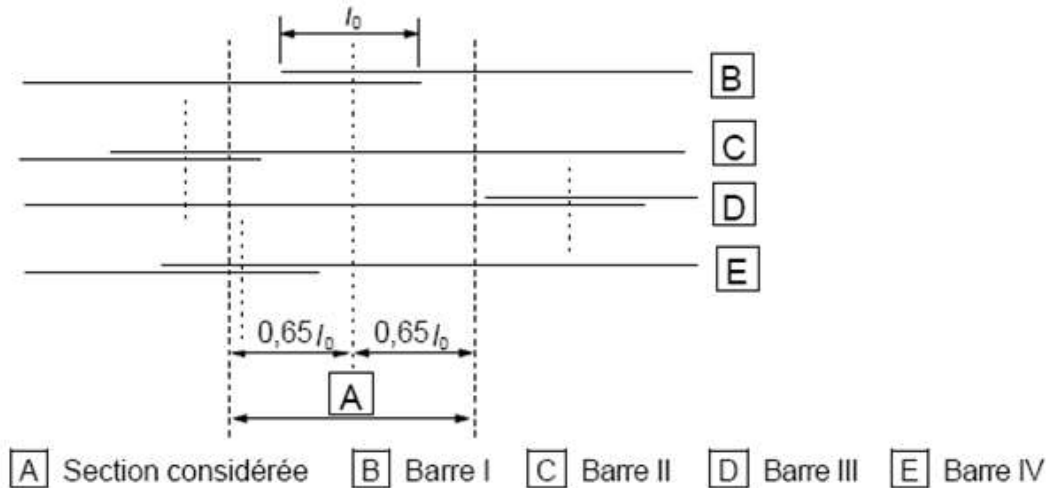
Figure 9 : Ancrage des armatures transversales

☞ **Longueur de recouvrement des barres (EC2, 8.7) : elle vaut :**

✓ **Barres tendues**

$$l_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6 l_{b,rqd} \geq l_{0,min} \text{ avec } l_{0,min} = \max[0,3\alpha_6 \cdot l_{b,rqd}; 15\phi; 200 \text{ mm}]$$

Et $\alpha_6 = \sqrt{\frac{\rho_1}{25}}$, compris entre 1 et 1.5 avec ρ_1 , proportion de barres avec recouvrement dont l'axe se situe à moins de $0.65l_0$ de l'axe du recouvrement considéré



Exemple : Les barres II et III sont en dehors de la section considérée : $\rho_1 = 50\%$ et $\alpha_6 = 1,4$

Figure 10 : Proportion de recouvrements à prendre en compte dans une section de recouvrement donnée

✓ **Armatures transversales dans les zones de recouvrement de barres tendues de diamètre ϕ** (Figure 11 a)

Si $\phi < 20 \text{ mm}$ ou si $\rho_1 \leq 25\%$, pas de barres transversales à prévoir en plus de celles existantes.

Si $\phi \geq 20 \text{ mm}$ il faut une section totale d'armatures transversales $\sum A_{st} \geq A_s$ (la section d'une des barres du recouvrement), armatures à disposer moitié – moitié dans les tiers extérieur à l_0 .

✓ **Armatures transversales dans les zones de recouvrement de barres comprimées de diamètre ϕ** (Figure 11 b)

Mêmes règles que les barres tendues + disposer une barre transversale de part et d'autre du recouvrement, à une distance inférieure à 4ϕ des extrémités.

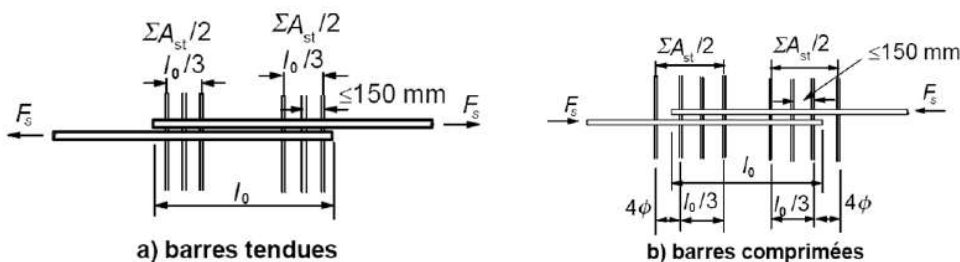


Figure 11: Disposition des armatures transversales dans les zones de recouvrement des barres

☞ Recouvrement des treillis soudés (EC2, 8.7.5)

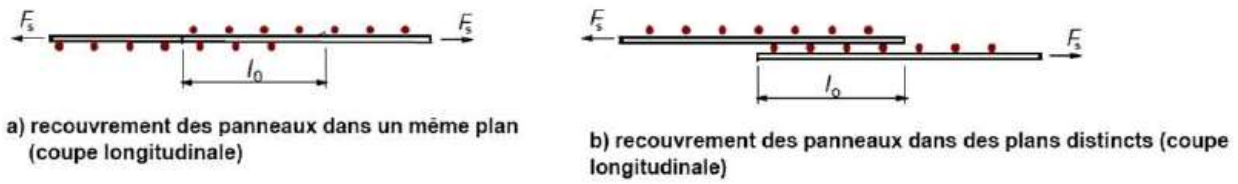


Figure 12 : Recouvrement des treillis soudés

☞ **Paquet de barres (EC2, 8.9) :** Un paquet de n_b barres (rapport des diamètres $< 1,7$) peut être considéré comme une barre :

- ✓ de même section que le paquet
- ✓ de même centre de gravité que le paquet
- ✓ et de diamètre : $\phi_n = \phi \sqrt{n_b}$

Chapitre 3 : Calcul des sections d'armature

Les actions appliquées à l'ouvrage conduisent à des effets sur la structure:

☛ efforts – déformations

Qui se traduisent par des sollicitations (moment fléchissant, effort normal, effort tranchant, etc.). Les matériaux composant la structure doivent donc résister à ces effets, Notamment le béton et l'acier, en restant sur le principe général de stabilité, à savoir que : **les effets des actions doivent être inférieurs aux résistances des matériaux.**

Quatre étapes pour le dimensionnement d'une structure en BA :

1. Modéliser la structure et déterminer les actions qui lui sont appliquées et les classes d'exposition (pour tenir compte des actions environnementales).
2. Déterminer les sollicitations et choisir des caractéristiques et des résistances des matériaux (en fonction des performances à atteindre en phase d'exécution: coulage, décoffrage, manutention, etc.) et en phase d'utilisation.
3. Déterminer des sections d'armatures :
 - ✓ Armature de traction ;
 - ✓ armatures de flexion;
 - ✓ armatures d'effort tranchant ;
 - ✓ armatures de torsion;
 - ✓ armatures de peaux...

Pour chaque état limite, pour chaque section de la structure étudiée, il faut montrer, pour le cas de charge le plus défavorable, sous la combinaison d'action considérée, que la sollicitation agissante ne dépasse pas la résistance du matériau.

4. Etablir les dessins des armatures (plans) prenant en compte les diverses dispositions constructives et les contraintes d'exécution du chantier.

Dans cette première partie, nous nous arrêterons au calcul des armatures de flexion, sans vérification à l'ELS ni la méthode générale.

I. Hypothèses de calcul

1. Hypothèses générales

- ☞ **H1 : Principe de Navier-Bernoulli** : au cours des déformations, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions,
- ☞ **H2** : La résistance du béton tendu est négligée
- ☞ **H3** : Adhérence parfaite entre l'acier et le béton : au contact entre le béton et les armatures : $\varepsilon_s = \varepsilon_c$

2. Vérification à l'ELS

- ☞ **H1 : Définition de classes d'exposition** (cf. tableau 18 ; EC2 – Tableau 4.1) / durabilité du béton

Désignation de la classe / aux conditions d'environnement : Exemples informatifs illustrant le choix des classes d'exposition

- 1) Aucun risque de corrosion ni d'attaque (X0)
- 2) Corrosion induite par carbonatation (XC1, 2...)
- 3) Corrosion induite par les chlorures (XD1, 2...)
- 4) Corrosion induite par les chlorures présents dans l'eau de mer (XS1, 2...)
- 5) Attaque gel/dégel (XF1, 2...)
- 6) Attaques chimiques (XA1, 2...)

- ☞ **H2 : Limitation de la compression du béton**

À **0,6f_{ck}** vérifier pour certaines classes d'exposition (XD, XF, XS) à faire sous la combinaison caractéristique ($G + Q + 0,7Q_2$)

- ☞ **H3 : Limitation de la contrainte dans l'acier**

Pour éviter une fissuration excessive du béton, EC2 recommande de limiter la contrainte dans les aciers à **0,8f_{yk}** pour la combinaison caractéristique

- ☞ **H4 : Maîtrise de la fissuration**

Sous combinaison quasi permanente ($G + 0,3 Q$)

Tableau 22 : Valeurs recommandées de w_{max} (mm)

Tableau 9: valeurs recommandées d'ouverture des fissures en fonction de la classe d'exposition		
Classe d'exposition	Éléments en béton armé et éléments en béton précontraint sans armature adhérente	Éléments en béton précontraint avec armatures adhérentes
	Combinaison quasi-permanente de charges	Combinaison fréquente de charges
X0, XC1	0,4 mm	0,2 mm
XC2, XC3, XC4	0,3 mm	0,2 mm
XD1, XD2, XD3, XS1, XS2, XS3	0,2 mm	Décompression
Note 1: Pour les classes d'exposition X0 et XC1, l'ouverture de fissures n'a pas d'incidence sur la durabilité et cette limite est fixée pour garantir un aspect acceptable. En l'absence de conditions sur l'aspect, cette limite peut être traitée de manière moins stricte.		
Note 2: Pour ces classes d'exposition, en outre, il convient de vérifier la décompression sous la combinaison quasi-permanente des charges.		

☞ **H5** : Adhérence parfaite, au niveau de l'acier : $\varepsilon_s = \varepsilon_c$ donc $\frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\sigma_c}{E_{cm}}$

Soit $\sigma_c = \frac{E_{cm}}{E_s} \sigma_s = \frac{\sigma_s}{\alpha_e}$

EC2 définit α_e : Coefficient d'équivalence acier – béton ; $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$

E_{cm} différent à court et long terme (prise en compte du fluage), $\rightarrow \alpha_e$ diffère également

Exemple : $E_s = 200000 \text{ MPa}$, pour $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$,

$$E_{ij} = 11000^3 \sqrt{f_{cj}} = 34180 \text{ MPa} \rightarrow \alpha_e = 5,85$$

Et

$$E_{vj} = 3700^3 \sqrt{f_{cj}} = 11497 \text{ MPa} \rightarrow \alpha_e = 17,39$$

Les recommandations professionnelles publiées par la Fédération Française du Bâtiment indique que si une grande précision n'est pas nécessaire, on peut prendre $\alpha_e = n = 15$ pour des bétons courants et 9 pour des BHP.

3. Vérification à l'ELU

Définition de déformations limites des matériaux (EC2, $f_{ck} < 50 \text{ MPa}$):

Le raccourcissement relatif du **béton** est limité à :

- ✓ **En flexion** 3,5 ‰
- ✓ **En compression** 2 ‰

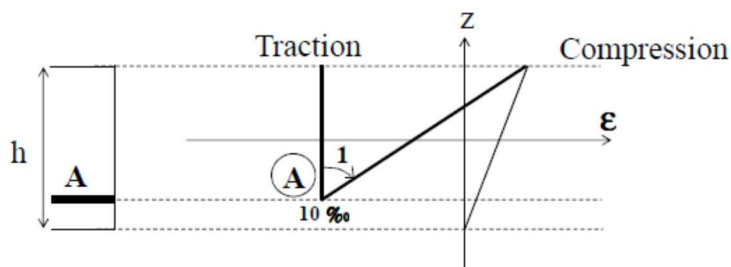
L'allongement relatif de l'**acier** :

- ✓ n'est pas limité si on considère un diagramme à palier horizontal
- ✓ dépend du type d'acier utilisé (ε_{ud})

Le dimensionnement à l'ELU se fait en supposant que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B ou C

☞ **Pivot A** : Allongement de l'acier le plus tendu :

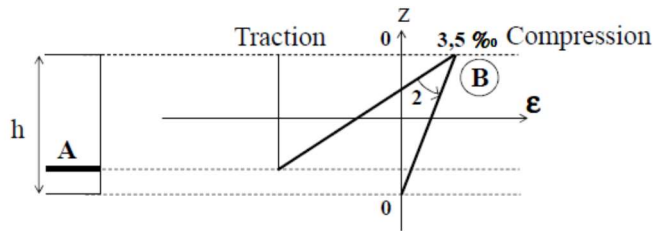
$$\varepsilon_s = 10.10^{-3}$$



Pièces soumises à la traction simple ou à une flexion simple ou composée

☞ **Pivot B** : Raccourcissement de la fibre de béton la plus comprimée :

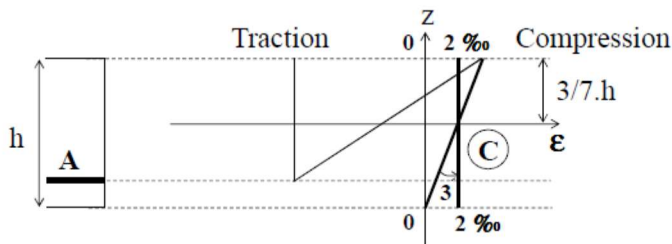
$$\varepsilon_{bc} = 3,5.10^{-3}$$



Pièces soumises à une flexion simple ou composée

👉 **Pivot C** : Raccourcissement de la fibre de béton à la distance de $3h/7$:

$$\epsilon_{bc} = 2.10^{-3}$$



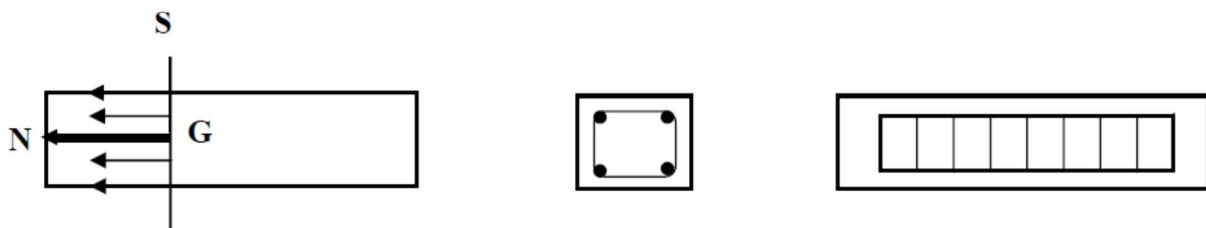
Pièces soumises à la flexion composée ou à la compression simple.

II. Traction

Une pièce est sollicitée en traction simple si l'ensemble des forces extérieures agissant d'un même côté d'une section se réduit à une force normale perpendiculaire à la surface et appliquée au centre de gravité.

Dans chaque section droite le centre de gravité des armatures longitudinales coïncide avec le centre de gravité du béton et avec le point d'application de la force de traction.

Les pièces soumises à la traction seront appelées **des tirants**.



1. Limites à l'ELU

👉 Résistance de l'acier en traction :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad \gamma_s = 1.15$$

2. Limites à l'ELS

Pour éviter une ouverture de fissures excessive, on limite la contrainte de traction sous la combinaison caractéristique des charges dans les aciers $\overline{\sigma}_{st}$ à :

$$\overline{\sigma}_{st} = 0.8f_{yk}$$

3. Principe de calcul

N : Effort normal de traction ; A : Section d'aciers ; $\bar{\sigma}$: contrainte limite de calcul

Principe de calcul : $N = A \times \bar{\sigma}$

3.1. Calcul de A à l'ELU et à l'ELS

Données : N_{Ed} et N_{ser} : Efforts normaux de traction à l'ELU et à l'ELS,

A_u et A_{ser} : Sections d'aciers à l'ELU et à l'ELS,

f_{yd} et $\bar{\sigma}_{st}$: Contraintes limites de calcul à l'ELU et à l'ELS

ELU	ELS
$N_{Ed} = 1,35.G + 1,5.Q$ Condition d'équilibre statique $N_{Ed} = A_u \times f_{yd}$	$N_{ser} = G + Q$ Condition d'équilibre statique : $N_{ser} = A_{ser} \times \bar{\sigma}_{st}$
La section d'armatures du tirant est : $A = \sup (A_u; A_{ser})$	

3.2. Maîtrise de la fissuration non requise

a) Maîtrise de la fissuration non requise

Limitation de la section du béton vis-à-vis de la section d'acier,

$$A_{s,min} \cdot f_{yk} > A_c \cdot f_{ctm}$$

($A_{s,min}$: Section des aciers tendus ; f_{yk} : limite d'élasticité de l'acier ; A_c : section de béton tendu ; f_{ctm} : résistance caractéristique du béton à la traction).

b) Maîtrise de la fissuration requise

$$A_{s,min} = \begin{cases} A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} & \text{si } h \leq 30 \text{ cm} \\ 0,65 \cdot A_c \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} & \text{si } h \leq 80 \text{ cm} \end{cases}$$

($A_{s,min}$: Section des aciers tendus ; f_{yk} : limite d'élasticité de l'acier ; A_c : section de béton tendu ; f_{ctm} : résistance caractéristique du béton à la traction).

4. Armatures transversales

☞ En zone courante :

$$\phi_t \cong \frac{\phi_l}{3} \quad \text{et} \quad \phi_t \geq 6 \text{ mm}$$

✓ Écartement : $s_t <$ plus petite dimension de la pièce

☞ En zone de recouvrement : (voir chapitre précédent)

5. Application

Soit un tirant d'une section carrée (25×25) cm² sollicité par un effort de traction à l'E.L.U $N_{Ed} = 450$ kN et à l'E.L.S : $N_{ser} = 340$ kN. Les matériaux sont FeE400 et $f_{c28} = 20$ MPa.

La fissuration est préjudiciable.

✓ Calculez la section des armatures longitudinales ?

Solution

$$\underline{\text{ELU}} : A_u \geq \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad \text{et} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \Leftrightarrow f_{yd} = \frac{400}{1.15} = 347.83 \text{ Mpa}$$

$$A_u \geq \frac{450000}{34783} \Rightarrow A_u \geq 12.94 \text{ cm}^2$$

$$\underline{\text{ELS}} : A_{ser} \geq \frac{N_{ser}}{\bar{\sigma}_{st}} \quad \text{avec} \quad \bar{\sigma}_{st} \leq \min\left(\frac{2}{3} \cdot f_{yk}; 110\sqrt{\eta f_{t28}}\right) \Leftrightarrow \bar{\sigma}_{st} = 186.67$$

$$A_{ser} \geq \frac{340000}{18667} = 18.21 \text{ cm}^2$$

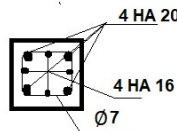
$$\text{Condition de non fragilité} : A_{s,min} \geq A_c \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \Leftrightarrow A_{s,min} \geq (25 \times 25) \cdot \frac{1.8}{400} = 2.81 \text{ cm}^2$$

$$\text{La section sera donc} : A = \max(A_u; A_{ser}; A_{s,min}) = 18.21 \text{ cm}^2$$

$$\text{Le choix peut porter sur } 4\emptyset 16 + 4\emptyset 20 \text{ la section réelle } A'_s = 20.61 \text{ cm}^2$$

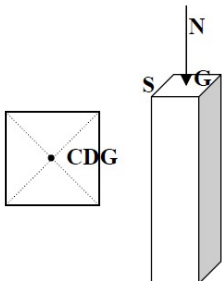
$$\text{Armatures transversales} : \emptyset_t = \frac{\emptyset_l}{3} = \frac{20}{6} \Rightarrow \emptyset_t = 7 \text{ mm}$$

$$\text{Espacement} : s_t \leq 25 \text{ cm}$$

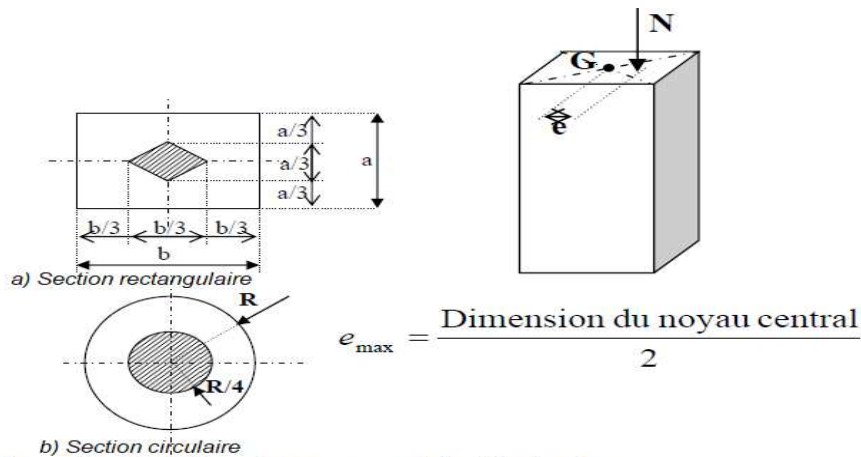


III. Compression

On considère qu'une pièce est en compression centrée lorsque l'effort normale de compression passe par le centre de gravité de la section droite.



Ou lorsque l'excentricité e de l'effort normale de compression reste à l'intérieur du noyau central.

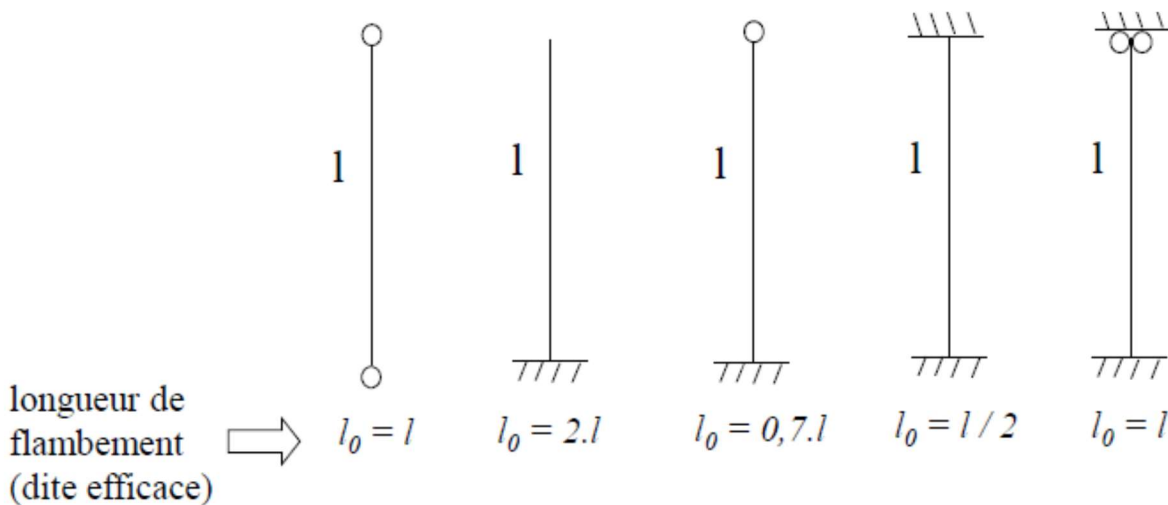
Figure 13: Définition du noyau central et limite de e

1. Longueur de flambement et Elancement

1.1. Longueur de flambement

En compression il existe toujours un risque de flambement, surtout pour des pièces élancées (poteaux, colonnes, ...). La longueur de flambement dépend de la longueur de l'élément (L) et du type de la liaison.

a. Pour des éléments isolés : elle vaut :



b. Structure contreventée

$$l_0 = 0,5.l \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)}$$

c. Structure non contreventée

$$l_0 = l \cdot \text{Max} \left[\sqrt{\left(1 + 10 \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\right)}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right]$$

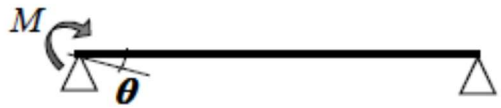
Avec k_1 et k_2 , les coefficients de souplesses des deux encastremements partiels du poteau.

$$k = \frac{\theta}{M} \cdot \frac{EI}{l}$$

θ : Rotation des éléments s'opposant à la rotation pour un moment fléchissant M .

EI et l , la rigidité en flexion et la longueur de l'élément comprimé (s'il y a un élément comprimé adjacent dans un nœud, il faut remplacer $\frac{EI}{l}$ par la somme des $\frac{EI}{l}$ des 2 poteaux).

Le rapport $\frac{M}{\theta}$ dépend de la nature de la liaison au niveau de l'appui opposé à celui étudié :

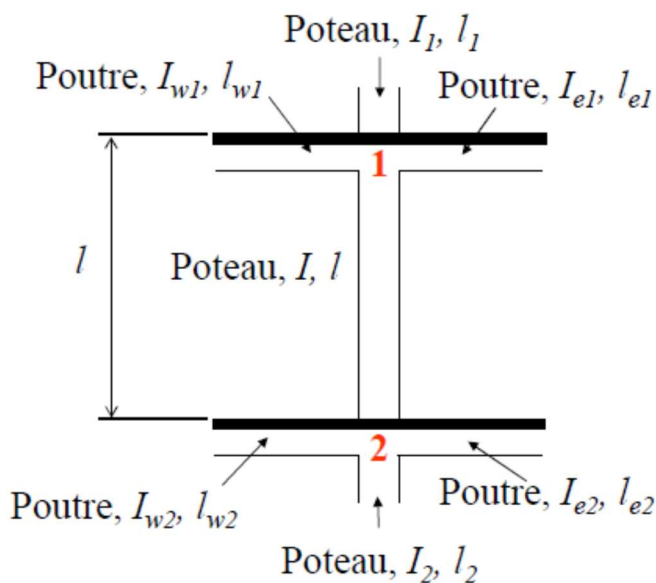


$$\rightarrow M = \frac{3EI}{l} \theta$$



$$\rightarrow M = \frac{4EI}{l} \theta$$

d. Cas des poteaux dans des bâtiments à étage multiples



$$k_1 = \frac{I_1/l_1 + I/l}{\alpha_{w1} I_{w1}/l_{w1} + \alpha_{e1} I_{e1}/l_{e1}} ; k_2 = \frac{I_2/l_2 + I/l}{\alpha_{w2} I_{w2}/l_{w2} + \alpha_{e2} I_{e2}/l_{e2}}$$

Avec :

$\alpha_{wi \text{ ou } ei} = 4$ si l'autre appui de la poutre est un encastrement ou 3 si c'est un appui simple.

NB :

☞ Il faut tenir compte de la fissuration dans la rigidité des éléments s'opposant à la déformation.

☞ $l_0 = 0,5.l$ (Recommandations professionnelles, clause 5.8.3.2) :

- ✓ si leur raideur est non prise en compte dans le contreventement
- ✓ s'ils sont correctement connectés en tête et en pied à des éléments de raideur supérieure ou égale.

1.2. Elancement λ

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

l_0 : longueur de flambement (m)

i : rayon de giration (m)

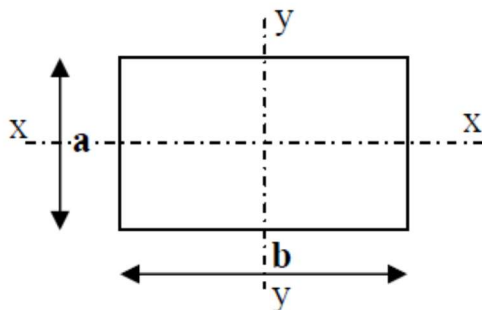
$$i = \sqrt{\frac{I}{B}}$$

I : Moment quadratique de l'élément dans le plan de flambement (m^4)

B : Section de l'élément (m^2)

Par exemple :

1- Section rectangulaire :

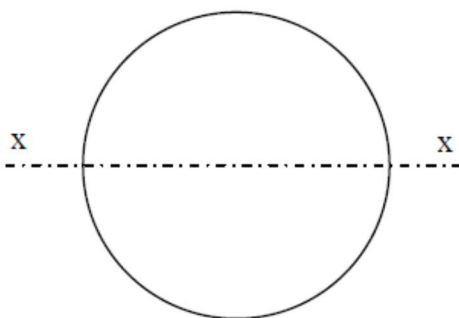


$$I_{xx} = \frac{b.a^3}{12} \quad ; \quad I_{yy} = \frac{a.b^3}{12}$$

$$a < b \Rightarrow I_{xx} < I_{yy} \Rightarrow i_{xx} < i_{yy}$$

$$\text{d'où : } i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{B}}$$

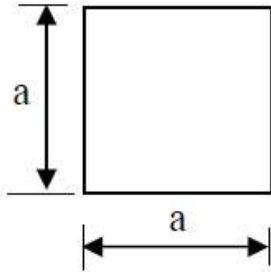
2- Section circulaire :



$$I_{xx} = \frac{\pi.D^4}{64}$$

$$i_x = \sqrt{\frac{\frac{\pi.D^4}{64}}{\frac{\pi.D^2}{4}}} = \sqrt{\frac{D^2}{16}} \quad \text{d'où : } i_x = \frac{D}{4}$$

3- Section carrée :



$$i_{\min} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

2. Dimensionnement des armatures

Les EC2 prévoient qu'il existe toujours une excentricité e_i , excentricité additionnelle traduisant les imperfections géométriques (après exécution).

- ☛ **Cas d'un élément isolé** (pas de rôle de contreventement, sinon prise en compte d'un effort transversal supplémentaire cf. EC2 5.2)

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{l_0}{2}$$

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}}, \text{ compris entre } 2/3 \text{ et } 1 \text{ (} l \text{: la longueur de l'élément)}$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} ; m = 1 \text{ pour un poteau isolé (poteau ne participant pas au contreventement).}$$

l_0 : La longueur de flambement ou longueur efficace de l'élément.

$$e_i \geq \text{Max} \left(2 \text{ cm} ; \frac{h}{30} \right)$$

- ☛ Tout élément comprimé est en flexion composée ;
- ☛ Dimensionnement en flexion composée.

Si les conditions suivantes sont respectées :

- ✓ poteau bi articulé sous charges centrées
- ✓ élancement $\lambda \leq 120$
- ✓ $20 \leq f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$
- ✓ épaisseur dans le sens du flambement $h \geq 0,15 \text{ m}$
- ✓ distance d' des aciers à la paroi la plus proche $\leq \min(0,30h ; 100 \text{ mm})$
- ✓ armatures symétriques par moitié sur chaque face
- ✓ chargement à au moins 28 jours

Les Recommandations professionnelles de la FFB autorisent l'emploi de la méthode suivante.

Nous écrivons la résistance théorique en compression simple comme suit :

$$N_{Ed} = N_{bét} + N_{acier} = B \cdot f_{bu} + A \cdot \sigma_{sc}$$

Et l'effort ultime de compression réglementaire :

$$N_{Ed} \leq N_{Rd} = k_h k_s \alpha \left[\frac{bh \cdot f_{ck}}{\gamma_b} + A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \right]$$

α : permet de prendre en compte les risques de flambement

$\gamma_b = 1.5$ et $\gamma_s = 1.15$

➤ Pour un poteau de section rectangulaire :

$$N_{Rd} = k_h k_s \alpha \cdot (bh \cdot f_{cd} + A_s f_{yd})$$

$$\lambda = \frac{l_0 \sqrt{2}}{h} \quad h: \text{épaisseur du poteau dans le sens du flambement}$$

$$\text{si } \lambda \leq 60 \Rightarrow \alpha = \frac{0,86}{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{62}\right)^2\right]}$$

$$\text{si } 60 < \lambda \leq 120 \Rightarrow \alpha = \left(\frac{32}{\lambda}\right)^{1,3}$$

$$k_h = (0,75 + 0,5h)(1 - 6\rho\delta) \quad \text{pour } h < 0,50 \text{ m sinon } k_h = 1$$

$$\delta = \frac{d'}{h} ; \quad d': \text{enrobage des aciers}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bh}$$

Si ρ et δ inconnus, on peut prendre $k_h = 0,93$ à titre conservatif.

$$k_s = 1,6 - \frac{0,6f_{yk}}{500} \quad \text{pour } f_{yk} > 500 \text{ MPa et } \lambda > 40 \text{ sinon } k_s = 1$$

➤ Pour un poteau de section circulaire

$$N_{Rd} = k_h k_s \alpha \cdot \left(\left(\frac{\pi D^2}{4} \right) f_{cd} + A_s f_{yd} \right)$$

$$\lambda = \frac{4l_0}{D}$$

$$\text{si } \lambda \leq 60 \Rightarrow \alpha = \frac{0,84}{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{52}\right)^2\right]}$$

$$\text{si } 60 < \lambda \leq 120 \Rightarrow \alpha = \left(\frac{27}{\lambda}\right)^{1,24}$$

$$k_h = (0,7 + 0,5D)(1 - 8\rho\delta) \quad \text{pour } D < 0,60 \text{ m sinon } k_h = 1$$

$$\delta = \frac{d'}{D} ; \quad d': \text{enrobage des aciers}$$

$$\rho = \frac{A_s}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)}$$

Si ρ et δ inconnus, on peut prendre $k_h = 0.93$ à titre conservatif.

$$k_s = 1,6 - \frac{0,65 f_{yk}}{500} \quad \text{pour } f_{yk} > 500 \text{ MPa et } \lambda > 30 \text{ sinon } k_s = 1$$

3. Dispositions constructives

A_s : section totale des aciers situés à la distance d' des parois, disposés en 2 lits symétriques pour une section rectangulaire ou en 6 barres réparties pour une section circulaire.

Armatures longitudinales (EC2, 9.5.2)

☞ Diamètre minimal = 8 mm

☞ Ferraillage minimum

$$A_s \geq A_{s,min} = \max\left(0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} ; 0,002 \cdot A_c\right)$$

☞ Ferraillage maximum

$$A_s \leq A_{s,max} = \max\left\{\begin{array}{l} 0,04 \cdot A_c \text{ hors zone de recouvrement} \\ 0,08 \cdot A_c \text{ au droit des zones de recouvrement} \end{array}\right.$$

Armatures transversales (EC2, 9.5.3)

☞ Diamètre minimal :

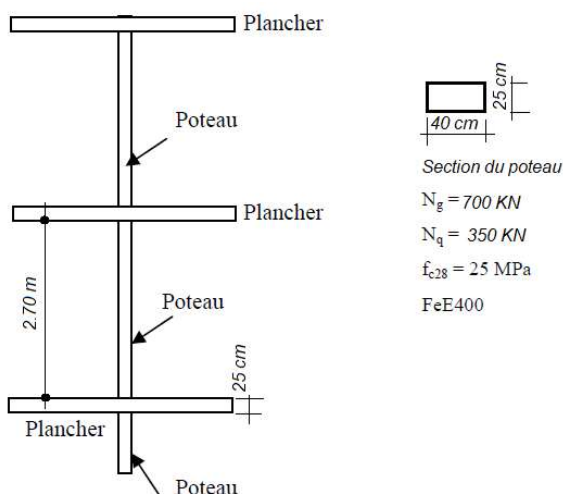
- ✓ Cadre et boucle : $\phi_t \geq \max\left(6 \text{ mm} ; \frac{\phi_{lmax}}{4}\right)$
- ✓ $\phi_t = 5 \text{ mm}$

☞ Espacement des cadres en zone courante :

$$s_{t,max} = \min(20 \cdot \phi_l ; 40 \text{ cm} ; b) \quad b: \text{plus petite dimension du poteau}$$

4. Application

Soit un bâtiment à étage multiple :



Calculer les sections d'armatures.

Solution

$$N_{Ed} = 1.35N_g + 1.5N_q = 1,35 \times 700 + 1,35 \times 350 = 1417,15 \text{ KN}$$

$$l_0 = 0.7l = 0,7 \times 2,95 = 2,065 \text{ m}$$

$$i_{min} = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{25}{2\sqrt{3}} = 7.22 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{206.5}{7.22} = 28,60$$

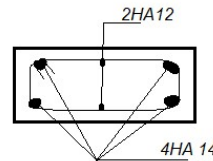
$$\text{si } \lambda \leq 60 \Rightarrow \alpha = \frac{0,86}{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{62}\right)^2\right]} \Rightarrow \alpha = 0.71$$

$$A_s \geq \frac{\gamma_s}{f_{yk}} \left(\frac{N_{Ed}}{\alpha} - bh \frac{f_{ck}}{\gamma_b} \right) = \frac{1.15}{400} \left(\frac{1417150}{0.71} - 400 \times 250 \frac{25}{1.5} \right) \Rightarrow A_s \geq 9,45 \text{ cm}^2$$

$$A_s \geq A_{s,min} = \max \left(0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} ; 0,002 \cdot A_c \right) = \max(4.1 \text{ cm}^2 ; 2 \text{ cm}^2)$$

$$A_s \leq A_{s,max} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,04 \cdot A_c \text{ hors zone de recouvrement} = 40 \text{ cm}^2 \\ 0,08 \cdot A_c \text{ au droit des zones de recouvrement} = 80 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

Donc $A_s \geq 9,45 \text{ cm}^2$ on peut choisir 4HA14 + 2HA12

**IV. Flexion**

Une poutre sera sollicitée en flexion simple lorsqu'elle sera soumise à l'action de forces disposées symétriquement par rapport au plan moyen.

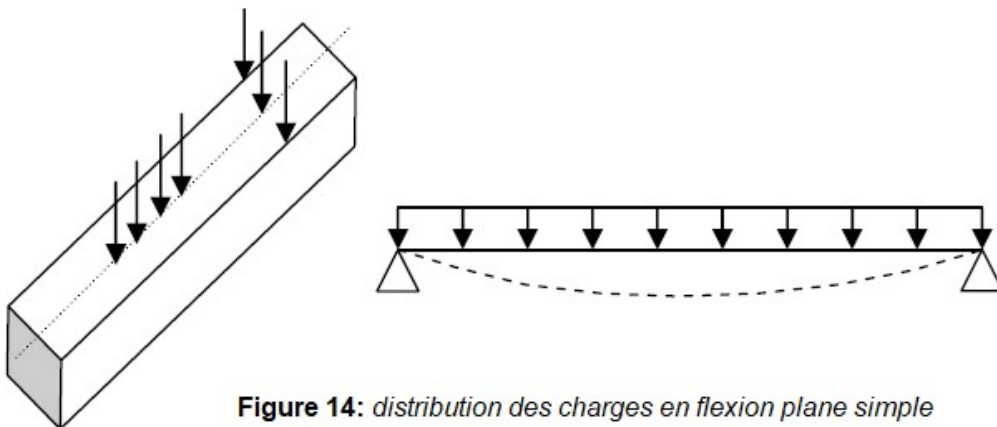


Figure 14: distribution des charges en flexion plane simple

La réduction de ces actions mécaniques extérieures au centre de gravité de la section plane se traduit par un torseur de cohésion, dont les efforts intérieurs sont $T(x)$ et $M(x)$.

NB : En Béton Armé, les effets de ces deux sollicitations sont traités séparément.

1. Hypothèses

- ☞ Au cours des déformations, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions,
- ☞ La résistance du béton tendu est négligée
- ☞ L'Adhérence acier - béton est considérée parfaite.
- ☞ La portée à considérer dans un calcul de flexion (EC2 5.3.2.2) l_{eff} est telle que :

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2$$

l_n : Portée libre entre nus d'appuis

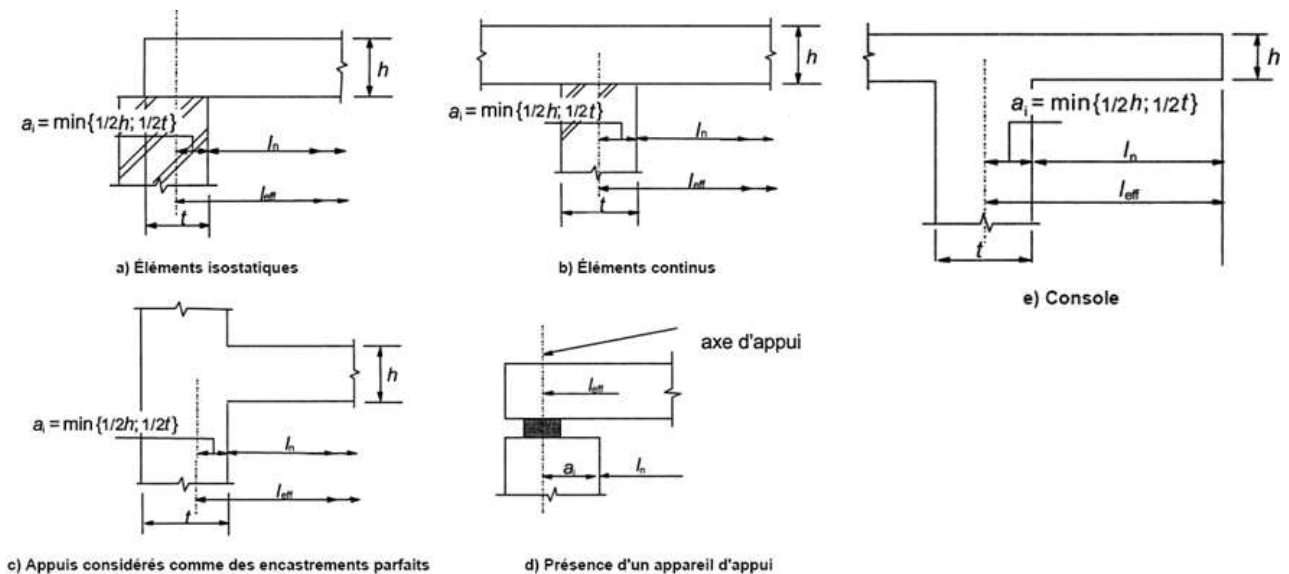


Figure 15: Portée utile (l_{eff}) pour différentes conditions d'appui

- ☞ Pour le dimensionnement des armatures en flexion simple à l'ELU, on suppose que le diagramme des déformations passe par l'un des deux pivots de flexion simple (A ou B).

2. Résistance des matériaux à l'ELU

- ☞ Aciers :

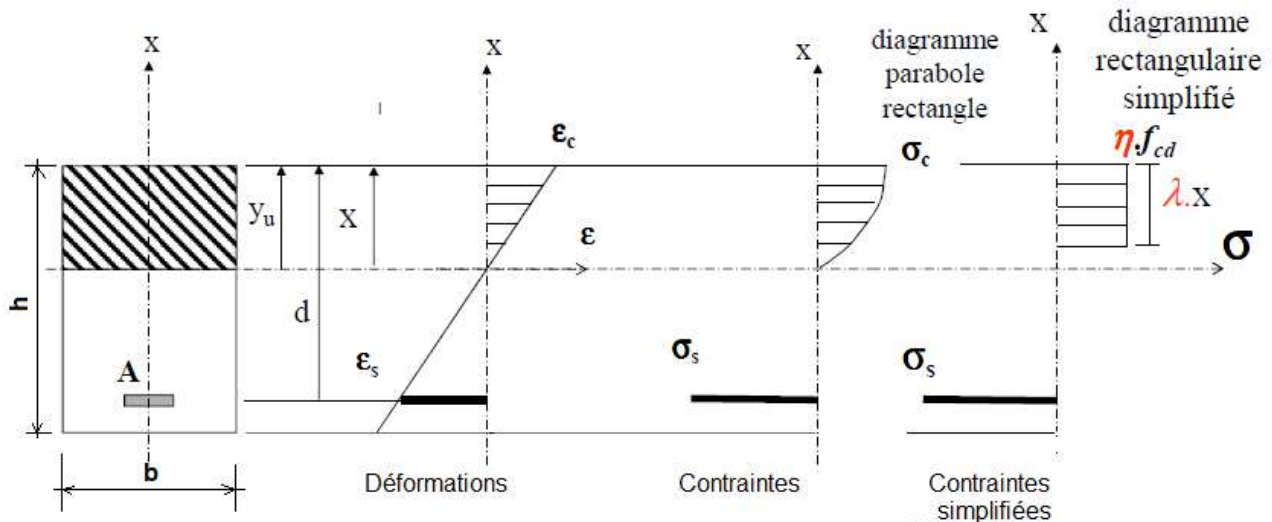
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

- ☞ Béton :

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_b}$$

3. Equilibre des sections à l'ELU

Comportement du béton à l'ELU (EC2 3.1.7)



$$\text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0,8 \\ \eta = 1,0 \end{cases}$$

$$\text{pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \\ \eta = 1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \end{cases}$$

Les équations d'équilibre au centre de gravité des aciers tendus donnent :

$$\begin{cases} -F_c + F_s = 0 \\ M_c = M_{Ed} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda \cdot x \cdot b \cdot \eta f_{cd} + A \sigma_s = 0 & (1) \\ \lambda \cdot x \cdot b \cdot \eta f_{cd} \left(d - \frac{\lambda}{2} x \right) = M_{Ed} & (2) \end{cases}$$

De (2) on déduit que :

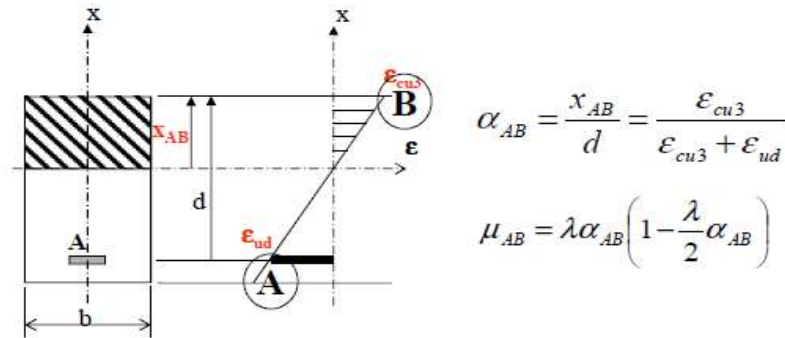
$$\lambda \cdot \frac{x}{d} \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{2} \frac{x}{d} \right) = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \eta f_{cd}}$$

Posons : $\alpha_u = \frac{x}{d}$ et $\mu_u = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \eta f_{cd}}$ (μ_u est le moment réduit)

Les valeurs de λ et η étant connues pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$; $\lambda = 0,8$ et $\eta = 1,0$ on déduit les valeurs suivantes :

$$\mu_u = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 f_{cd}} \text{ moment réduit et } \alpha_u = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_u})$$

☞ **Cas limite 1** : cas de la droite AB (section de poutre en Pivots A et B simultanément)



Pour $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ et pour les aciers de nuance :

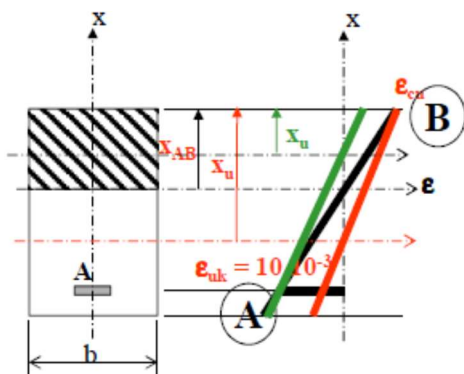
- ✓ A : $\mu_{AB} = 0.102$
- ✓ B : $\mu_{AB} = 0.056$
- ✓ C : $\mu_{AB} = 0.039$

On en conclut donc que le coefficient μ_u dépend de la géométrie du béton, des sollicitations et de la résistance du béton (quelle que soit la section d'acier) :

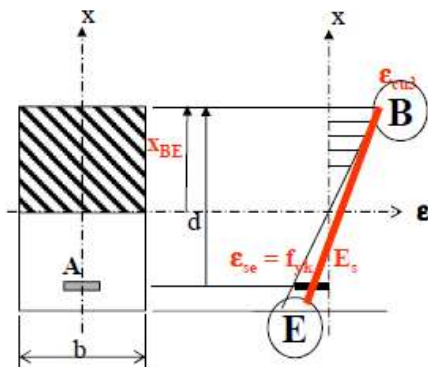
$$\mu_u = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 f_{cd}}$$

si $\mu_u \leq \mu_{AB} \Rightarrow \alpha_u \leq \alpha_{AB} \Rightarrow x_u \leq x_{AB}$ Poutre dimensionnée pour rupture en pivot A

si $\mu_u \geq \mu_{AB} \Rightarrow \alpha_u \geq \alpha_{AB} \Rightarrow x_u \geq x_{AB}$ Poutre dimensionnée pour rupture en pivot B



👉 **Cas limite 2 :** cas de la droite BE (section de poutre en Pivot B et acier à la limite élastique)



$$\alpha_{BE} = \frac{x_{BE}}{d} = \frac{\epsilon_{cu3}}{\epsilon_{cu3} + \frac{f_{yk}}{E_s}}$$

cas courant : $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$, $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$,
 $\gamma_s = 1,15$ ($E_s = 200000 \text{ MPa}$)

$$\Rightarrow \mu_{BE} = 0,8 \alpha_{BE} (1 - 0,4 \alpha_{BE}) = 0,372$$

si $\mu_u \geq \mu_{BE} \Rightarrow x_u \geq x_{BE}$ Besoin de A' pour renforcer le béton en compression.

4. Calcul des armatures en flexion

4.1.1. Section minimale d'armature

La section d'armature longitudinale d'une poutre doit être supérieure ou égale à :

$$A_{s,min} = \max \left[0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d ; 0,0013 b_t d \right]$$

b_t : Largeur moyenne de la zone tendue (pour une poutre en T dont la membrure supérieure est comprimée, seule la largeur de l'âme est prise en compte).

4.1.2. Détermination des armatures pour une section donnée

a) Section à armature simple

☞ Pour $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$ et Palier horizontal pour les aciers :

✓ Calcul de : $\mu_u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}}$ avec $d = 0.9h$

✓ En fonction de la classe d'exposition :

☛ Classe X0 ou XC (Fissuration peu préjudiciable) :

Aucune vérification n'est demandée et la contrainte dans les aciers n'est pas limitée. La fissuration est considérée comme peu préjudiciable, lorsque l'élément à vérifier est situé dans les locaux couverts. Pas de limitation de la contrainte dans le béton à l'ELS.

$$\alpha_{BE} = \frac{x_{BE}}{d} = \frac{3,5 \times 10^{-3}}{3,5 \times 10^{-3} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \quad \text{et } \mu_{lu} = 0,8\alpha_{BE}(1 - 0,4\alpha_{BE})$$

Cas courant : $f_e = 500\text{MPa}$; $\gamma_s = 1,15$; $E_s = 200000\text{MPa}$

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500}{1,15 \times 200000} = 0.614 \Rightarrow \mu_{lu} = 0.372$$

☛ Classe XD, XF ou XS (Fissuration préjudiciable)

La fissuration considérée comme préjudiciable si les éléments sont exposés aux intempéries (pluie, neige, vent...) ou bien en contact avec l'eau.

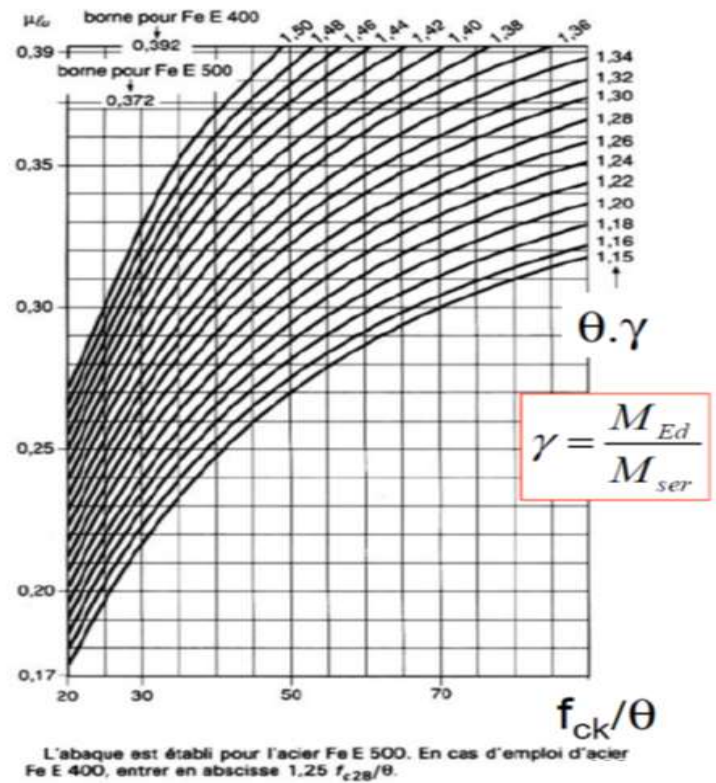
Limitation de la contrainte dans le béton à l'ELS

μ_{lu} est déterminé dans des abaques ou tableau en fonction de la classe de béton et du rapport $\frac{M_{Ed}}{M_{ser}}$.

Détermination de μ_{lu} (abaque du BAEI avec $\theta = 0,85$)

J. Perchat – Techniques de l'Ingénieur

Pour EC2 : toujours prendre $\theta = 0,85$



✓ Si $\mu_u \leq \mu_{lu} \Rightarrow A' = 0$ (pas d'armatures comprimées)

$$\alpha_u = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) \Rightarrow x_u = \alpha_u d$$

Equation (1) de l'équilibre de la section de la poutre ; et ε_{st} entre le pivot A et le point E ; acier plastifié donc $\sigma_s = f_{yd}$

$$A = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} \quad \text{avec } z = d - 0,4x_u$$

Application

Soit une poutre de section (25×50) sollicitée par un moment de flexion $M_{Ed} = 153 \text{ kN.m}$ avec la résistance du béton $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ et les aciers $F_e E 400$; $E = 200000 \text{ MPa}$, fissuration peu préjudiciable.

➤ Calculez la section du ferrailage à l'E.L.U ?

$$f_{cd} = \frac{25}{1,5} = 17 \text{ MPa} \quad d = 0,9 \times 50 = 45 \text{ cm}$$

$$\mu_u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{153 \times 100 \times 1000}{250 \times 450^2 \times 17} = 0,178$$

$$\alpha_{BE} = \frac{x_{BE}}{d} = \frac{3,5 \times 10^{-3}}{3,5 \times 10^{-3} + \frac{f_{yd}}{E_s}} = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,00174} = 0,668 \text{ et}$$

$$\mu_{lu} = 0,8\alpha_{BE}(1 - 0,4\alpha_{BE}) = 0,392 \quad \text{donc } \mu_u < \mu_{lu}$$

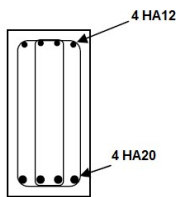
$$\alpha_u = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) = 1.25 \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0.178}) = 0.247$$

$$x_u = \alpha_u d = 0.247 \times 45 = 11.11$$

$$z = d - 0.4x_u = 45 - 0.4 \times 11.11 = 40.6$$

$$A = \frac{M_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{153 \times 1000 \times 1000}{406 \times 348} = 10.83 \text{ cm}^2$$

Choix des aciers (voir tableau des aciers) : 4HA20 = 12.57 cm²



Dispositions constructives

b) Section à armatures doubles

- ✓ Si $\mu_u \geq \mu_{lu} \Rightarrow A' \neq 0$ (armatures doubles)
(abaque du BAEL avec $\theta = 0.85$)

On impose x'_u tel que : $x'_u = \alpha'_u \cdot d$ avec $\alpha'_u = \alpha_{lu} \cdot \sqrt{\frac{\mu_{lu}}{\mu_u}}$ et $\alpha_{lu} = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{lu}})$

L'équilibre de la section au centre de gravité des aciers tendus s'écrit :

$$\begin{cases} -0.8 \cdot x_{BE} \cdot b \cdot f_{cd} - A' \sigma_{sc} + A \sigma_{st} = 0 \\ 0.8 \cdot x_{BE} \cdot b \cdot f_{cd} (d - 0.4x_{BE}) + A' \sigma_{sc} (d - d') = M_{Ed} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{x_u - d'}{x_u} \cdot 3.5 \cdot 10^{-3} \quad d' : \text{position des aciers comprimés / fibre sup.}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_{se} = \frac{f_{yd}}{E_s} \Rightarrow \sigma_{sc} = E_s \cdot \varepsilon_{sc} \\ \varepsilon_{sc} \geq \varepsilon_{se} = \frac{f_{yd}}{E_s} \Rightarrow \sigma_{sc} = f_{yd} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A' = \frac{[M_{Ed} - 0.8b \cdot x'_u \cdot f_{cd} (d - 0.4x'_u)]}{\sigma_{sc} (d - d')} = \frac{M_{Ed} - M'_{Ed}}{\sigma_{sc} (d - d')}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{f_{yd}} [0.8b \cdot x'_u \cdot f_{cd} + A' \sigma_{sc}] + \text{vérification ELS}$$

Application

Soit une poutre de section (25×50) sollicitée par un moment de flexion $M_u = 415 \text{ kN.m}$, avec $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ et $FeE400$

☛ Calculez la section du ferrailage à l'E.L.U ?

Solution

$$f_{cd} = \frac{25}{1.5} = 17 \text{ MPa} \quad d = 0,9 \times 50 = 45 \text{ cm}$$

$$\mu_u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{415 \times 1000 \times 1000}{250 \times 450^2 \times 17} = 0,482$$

$$\alpha_{BE} = \frac{x_{BE}}{d} = \frac{3,5 \times 10^{-3}}{3,5 \times 10^{-3} + \frac{f_{yd}}{E_s}} = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,00174} = 0,668 \text{ et}$$

$$\mu_{lu} = 0,8\alpha_{BE}(1 - 0,4\alpha_{BE}) = 0,392 \text{ donc } \mu_u > \mu_{lu}$$

Il y a des armatures comprimées.

$$\alpha_{lu} = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{lu}}) = 0,668 \quad \alpha'_u = \alpha_{lu} \sqrt{\frac{\mu_{lu}}{\mu_u}} = 0,602$$

$$M'_{Ed} = 0,8 \cdot b x'_u f_{cd} z_{u,lim} = 315,1188 \text{ kN.m}$$

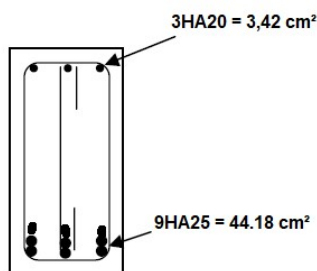
$$\Delta M_{Ed} = M_{Ed} - M'_{Ed} = 99,8812 \text{ kN.m}$$

$$A = \frac{M'_{Ed}}{z_{u,lim} \cdot f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Ed}}{f_{yd}(d - d')} = 35,7 \text{ cm}^2$$

Choix : 9HA25

$$A' = \frac{\Delta M_{Ed}}{f_{yd}(d - d')} = 9,2 \text{ cm}^2$$

Choix : 3HA20



Bibliographie

- ☞ **Dr Ir P. BOERAEVE** : Manuel de Calcul de Béton Armé Selon EN 1992-1-1(12/2004) et Annexe Belge de 02/2006, 2011
- ☞ **S. Multon** : BETON ARME Eurocode 2; INSA - Université Paul Sabatier - Toulouse – France, 2012
- ☞ **Jean-François Denoël, Jean-François CAP** : calcul des structures en béton selon l'Eurocode 2, FEBECEM, Bruxelles, 2017.

Annexes

Annexe 1 : Tableau des sections d'armatures

Section totale des armatures (en mm ²)																
Diam. (mm)	Nombre de barres placées dans la poutre															Poids (N/m)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
6	28	57	85	113	141	170	198	226	254	283	311	339	368	396	424	2.2
8	50	101	151	201	251	302	352	402	452	503	553	603	653	704	754	3.9
10	79	157	236	314	393	471	550	628	707	785	864	942	1021	1100	1178	6
12	113	226	339	452	565	679	792	905	1018	1131	1244	1357	1470	1583	1696	8.7
14	154	308	462	616	770	924	1078	1232	1385	1539	1693	1847	2001	2155	2309	11.9
16	201	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1810	2011	2212	2413	2614	2815	3016	15.5
20	314	628	942	1257	1571	1885	2199	2513	2827	3142	3456	3770	4084	4398	4712	24.2
25	491	982	1473	1963	2454	2945	3436	3927	4418	4909	5400	5890	6381	6872	7363	37.8
32	804	1608	2413	3217	4021	4825	5630	6434	7238	8042	8847	9651	10455	11259	12064	61.9
40	1257	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	12566	13823	15080	16336	17593	18850	96.8

Annexe 2 : Calcul section d'armature à la traction

<u>Données</u> : N_{Ed} et N_{ser} : Efforts normaux de traction à l'ELU et à l'ELS, A_u et A_{ser} : Sections d'aciers à l'ELU et à l'ELS, f_{yd} et $\bar{\sigma}_{st}$: Contraintes limites de calcul à l'ELU et à l'ELS f_{yk} : nuance de l'acier (FeE400, FeE500, ...) f_{c28}	
$\bar{\sigma}_{st} = 0.8f_{yk} \quad , \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad \gamma_s = 1.15$	
ELU	ELS
$N_{Ed} = 1,35.G + 1,5.Q$ Condition d'équilibre statique $N_{Ed} = A_u \times f_{yd}$	$N_{ser} = G + Q$ Condition d'équilibre statique : $N_{ser} = A_{ser} \times \bar{\sigma}_{st}$
Condition de non fragilité $A_{s,min} \geq A_c \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}$	
La section d'armatures du tirant est : $A = \sup (A_u; A_{ser}; A_{s,min})$	
Calculer l'armature transversale $\phi_t \cong \frac{\phi_l}{3}$ et $\phi_t \geq 6 \text{ mm}$	

Annexe 3 : Calcul section d'armature en compression

Données : N_G et N_Q : Effort normale permanente et d'exploitation B et h : les dimensions du poteau f_{c28} et f_{yk} : résistances caractéristiques du béton et de l'acier Type e liaison : encastrement-encastrement (1) ; encastrement-libre (2) ; articulation-articulation (3) ; Encastrement – articulation (4)	
Calcul la longueur de flambement l_0 : $l_0 = l(3); \frac{l}{2}(1); 2l(2); 0,7l(4)$ Calculer : $N_{Ed} = 1.35N_G + 1.5N_Q$	
Calculer $i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{B}}$; $\lambda = \frac{l_0}{i_{min}}$	
$si \lambda \leq 60 \Rightarrow \alpha = \frac{0,86}{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{62}\right)^2\right]}$	$si 60 < \lambda \leq 120 \Rightarrow \alpha = \left(\frac{32}{\lambda}\right)^{1,3}$
Calculer la section d'armature longitudinale : $A_s \geq \frac{\gamma_s}{f_{yk}} \left(\frac{N_{Ed}}{\alpha} - bh \frac{f_{ck}}{\gamma_b} \right)$	
Calculer la section minimale : $A_{s,min} = \max\left(0,10 \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} ; 0,002.A_c\right)$	
Calculer la section maximale : $A_{s,max} = \max\left\{ \begin{array}{l} 0,04.A_c \text{ hors zone de recouvrement} \\ 0,08.A_c \text{ au droit des zones de recouvrement} \end{array} \right.$	
Choisir la section d'armature telle que : $A_{s,min} < A_s \leq A_{s,max}$	
Calculer : $\phi_t \geq \max\left(6 \text{ mm} ; \frac{\phi_{lmax}}{4}\right)$; $s_{t,max} = \min(20.\phi_l ; 40 \text{ cm} ; b)$	
Faire le choix des aciers et la disposition et déduire A'_s la section réelle.	

Annexe 4 : Calcul de section d'armature d'une poutre en flexion

Données : M_{Ed} et M_{ser} : Moment ultime et moment de service

B et h : les dimensions de la poutre

f_{c28} et f_{yk} : résistances caractéristiques du béton et de l'acier

Situation et Classe d'exposition

Calculer : $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$; $f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_b}$ $\alpha_{cc} = 1$

$$\text{Calculer : } \mu_u = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}} ; \quad \alpha_{BE} = \frac{x_{BE}}{d} = \frac{3,5 \times 10^{-3}}{3,5 \times 10^{-3} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \quad \text{et } \mu_{lu} = 0,8 \alpha_{BE} (1 - 0,4 \alpha_{BE})$$

Ou choisir μ_{lu} dans en fonction de la classe d'exposition

$$\mu_u \leq \mu_{lu} \Rightarrow A' = 0$$

(pas d'armatures comprimées)

$$\alpha_u = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) \Rightarrow x_u = \alpha_u d$$

$$\mu_u \geq \mu_{lu} \Rightarrow A' \neq 0$$

(armatures doubles)

$$A = \frac{M_{Ed}}{z_u \cdot f_{yd}}$$

Calculus :

avec $z_u = d - 0.4x_u$

Calculer :

$$x'_u = \alpha'_u \cdot d \text{ avec } \alpha'_u = \alpha_{lu} \cdot \sqrt{\frac{\mu_{lu}}{\mu_u}}$$

$$\text{et } \alpha_{lu} = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{lu}})$$

Calculer :

$$M'_{Ed} = 0,8 \cdot b x'_u f_{cd} z_{u,lim}$$

$$z_{u,lim} = d - 0.4 x'_u$$

$$\Delta M_{Ed} = M_{Ed} - M'_{Ed}$$

Calculer :

$$A = \frac{M'_{Ed}}{z_{u,lim} \cdot f_{yd}} + \frac{\Delta M_{Ed}}{f_{yd}(d - d')}$$

$$A' = \frac{\Delta M_{Ed}}{f_{yd}(d - d')}$$

$$A' = \frac{\Delta M_{Ed}}{f_{vd}(d - d')}$$

Calculer : $A_{s,min} = \max \left[0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d ; 0,0013 b_t d \right]$ et
 $A_{s,max} = 0,04 . A_c$ hors zone de recouvrement

Choisir la section d'armature telle que : $A_{s,min} < A_s \leq A_{s,max}$

Faire le choix des aciers et la disposition et déduire A'_s la section réelle

Annexe 5 : Abaque de choix de μ_{lu} en fonction de M_{Ed}/M_{ser}

Détermination de μ_{lu} (abaque du BAEI avec $\theta = 0,85$)

J. Perchat – Techniques de l'Ingénieur

Pour EC2 : toujours prendre $\theta = 0,85$

